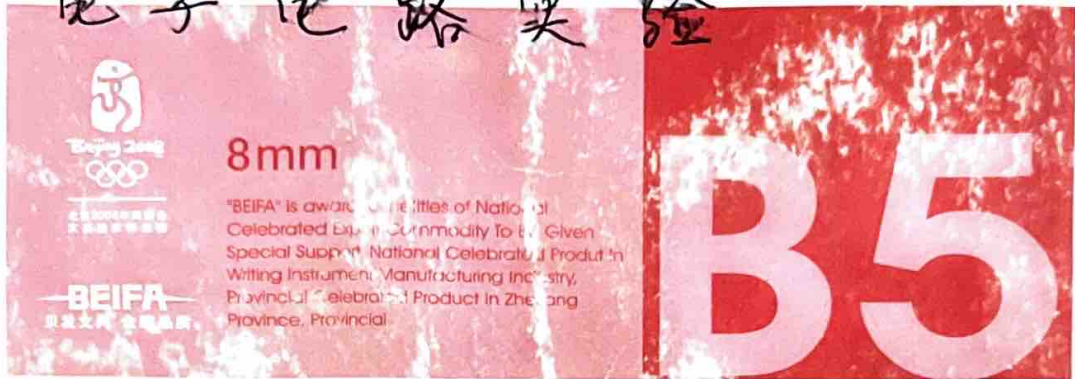


电 路 原 理

半 导 体

电 子 电 路 实 验



NOTEBOOK

临江仙

滚滚长江东逝水，浪花淘尽英雄。是非成败
转头空。青山依旧在，几度夕阳红。白发渔樵
江渚上，惯看秋月春风。一壺浊酒喜相逢。
古今多少事，都付笑谈中。

刘昂立

原电
理路

电原

电路

路理

原理

电路的研究内容:

电路分析: 已知电路的结构和参数求电路的解。(u, i, ...)

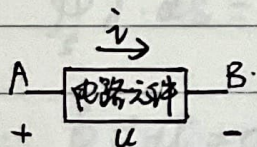
电路综合: 已知电路的解, 确定电路的结构和参数。(可能不唯一)

↓

电路设计: 从若干满足性能要求的备选方案中根据成本、体积和可靠性等方面的要求选定最终电路结构和参数。

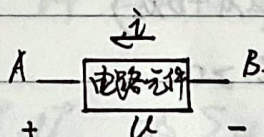
电流: $i = \frac{dq}{dt}$

电压: $u_{AB} = \frac{d\psi_{AB}}{dq} = \phi_A - \phi_B$



u - i 关联

功率: $p(t) = u(t) i(t)$



u - i 非关联

$p(t) = -u(t) i(t)$

关联参考方向:

吸收功率 $P_{吸} > 0$

发出功率 $P_{发} < 0$

电路模型的建立:

$u = f(i)$ 线性 $\rightarrow u = Ri$

$\psi = f(i)$ 线性 $\rightarrow \psi = Li \rightarrow u_L = L \frac{di}{dt}$

$q = f(u)$ 线性 $\rightarrow q = Cu \rightarrow i_C = C \frac{du}{dt}$

电路分析的基本观点:

① 抽象观点: 物理模型 \rightarrow 电磁场模型 \rightarrow 电路模型.

② 工程近似观点: 运放、二极管、变压器.

③ 等效观点: 如二端口网络 $u = f_1(i)$ 和 $u = f_2(i)$ 的等效: $f_1 = f_2$

平均值: $\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$

有效值: $\bar{y} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y(t)^2 dt}$

正弦电压为 $u(t) = U_m \sin(\omega t - \varphi)$, 有效值.

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_m^2 \sin^2(\omega t - \varphi) dt}$$

$$= \sqrt{\frac{U_m^2}{2T} \int_0^T (1 - \cos(2\omega t - 2\varphi)) dt}$$

$$= \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

线性电路: $ay_1 + by_2 = f(ax_1 + bx_2)$

无源电路: $\int_{-\infty}^t u(t) i(t) dt \geq 0$

有源电路: $\int_{-\infty}^t u(t) i(t) dt < 0$

集总参数电路: 流经元件的电流和元件上的电压不是元件空间尺度的函数
元件的模型是一个完整不可分割的整体.

分布参数电路: 流经传输线的电流和传输线上的电压均为距离 x 的函数
用于元件的空间尺度和电源发出电磁波波长可比时.

另一种情况是考虑泄漏电流时.

例: 传输线分布参数模型: 并联电阻 (线间能量泄漏)

→ 并联电容 (线间电场) → 电感 (磁场) → 电阻 (损耗)

⇒ 理想导线模型.

二. 基尔霍夫定律.

1. 电流: $di = \frac{dq}{dt} = \frac{en dt (\vec{v} \cdot d\vec{s})}{dt} = en\vec{v} \cdot d\vec{s}$.

定义 $\vec{j} = en\vec{v}$. $\therefore i = \iint \vec{j} \cdot d\vec{s}$.

电压: $\phi_A - \phi_B = \frac{dW_{AB}}{dq} = \frac{1}{dq} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{dq} \int_A^B dq \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = U_{AB}$.

功率: $\vec{F} = dq \cdot \vec{E}$, $dW = Fv dt = dq E \cdot v dt$

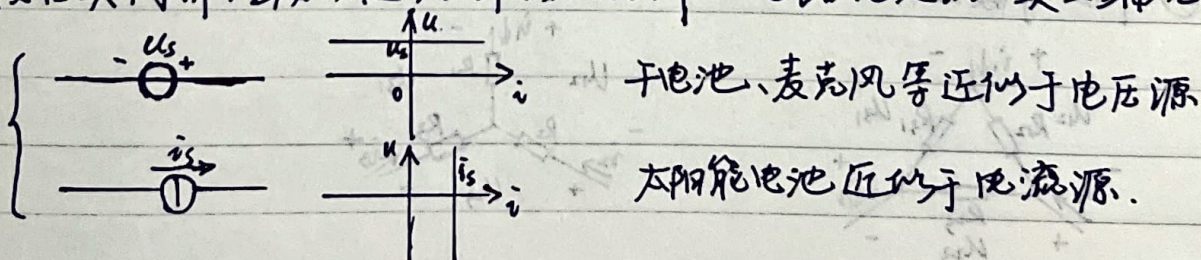
$P = \frac{dW}{dt} = dq \cdot E \cdot v = \frac{dq}{dt} \cdot E \cdot v \cdot dt = i(t) \cdot u(t)$

在非关联参考方向上, $P(t) = -i(t) \cdot u(t)$.

KCL: $\oint \vec{j} \cdot d\vec{s} = \frac{dq_{tot}}{dt} = 0$ 即 $\sum i = 0$, 也即 $\sum_{out} i = \sum_{in} i$

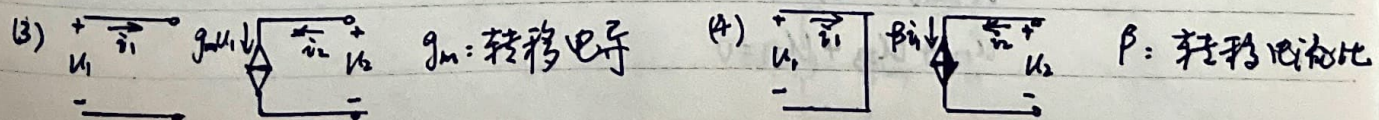
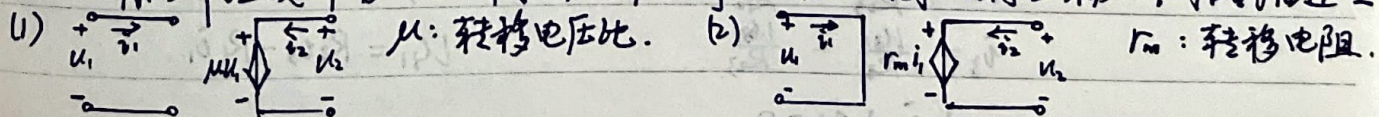
KVL: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$, $U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$. 故 $\sum u = 0$, 或 $\sum_{down} u = \sum_{up} u$.

独立电源: 接线端上的电压(独立电压源)或流经元件的电流(独立电流源)仅由其内部性质决定, 与外接的元件或电路无关的一类二端元件.



受控电源: VCVS, VCCS, CCVS, CCCS (第二个C: controlled)

有两个组成部分: 控制端口和输出端口, 因此用二端口网络描述之



1. 电阻等效变换.

不含独立源的二端网络可以用一个电阻来等效, $R_{eq} = \frac{U}{i}$.

① 电阻串联.

由 $U = U_1 + \dots + U_n$, $U_k = R_k i$ 得

$$U = (R_1 + \dots + R_n) i$$

$$\text{故 } R_{eq} = \frac{U}{i} = R_1 + \dots + R_n.$$

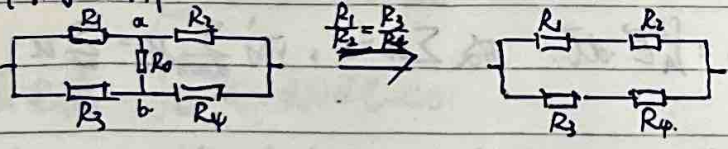
② 电阻并联

由 $i = i_1 + \dots + i_n$, $i_k = \frac{U_k}{R_k} = \frac{U}{R_k}$ 得.

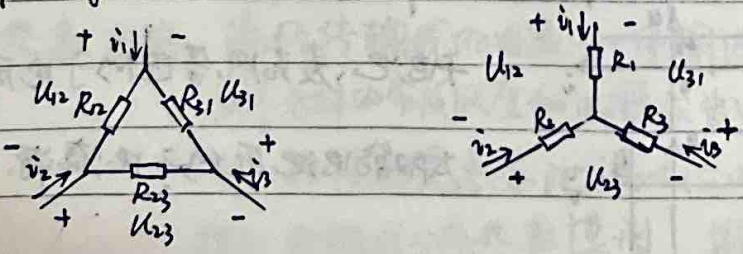
$$i = \left(\frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n}\right) U$$

$$\text{故 } R_{eq} = \frac{U}{i} = \left(\frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n}\right)^{-1}, \text{ 即 } G_{eq} = G_1 + \dots + G_n$$

③ 平衡电桥



④ Y-Δ 等效变换.



在Δ形中 $i_1 = \frac{U_{12}}{R_{12}} - \frac{U_{31}}{R_{31}}$

在Y形中 $U_{12} = R_1 i_1 - R_2 i_2$

$$i_2 = \frac{U_{23}}{R_{23}} - \frac{U_{31}}{R_{31}}$$

$$U_{23} = R_2 i_2 - R_3 i_3$$

$$i_3 = \frac{U_{31}}{R_{31}} - \frac{U_{12}}{R_{12}}$$

$$U_{31} = R_3 i_3 - R_1 i_1$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$U_{12} + U_{23} + U_{31} = 0$$

在△形中解得 $U_{12} = \frac{R_2 R_{31} i_1 - R_3 R_{12} i_2}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$

$U_{23} = \frac{R_3 R_{12} i_2 - R_{31} R_{23} i_3}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$

$U_{31} = \frac{R_{31} R_{23} i_3 - R_{12} R_{31} i_1}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$

与在Y形中的式子比较, 可得:

$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$

$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$

$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$

易反解得 $R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$

$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$

$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$

⑤ 含电阻和受控源二端网络的等效电阻.

对于此类二端网, 只需受控源的控制量在网络中, 则可等效为一个电阻. (本质是端口的 $u-i$ 关系相同), 用加流求压或加压求流将端口电压和电流表示成线性关系即求得等效电阻.

3. 电源等效变换.

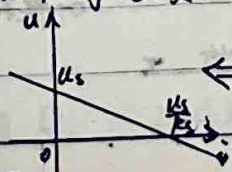
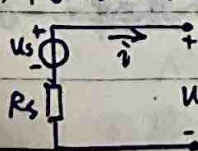
① 理想独立源的串联 (电压源)

$U_{eq} = U_{s1} + \dots + U_{sn}$

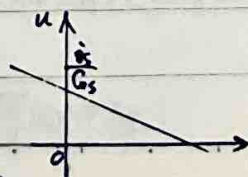
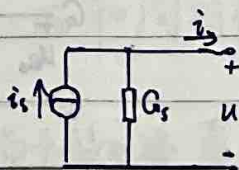
② 理想独立源的并联 (电流源)

$i_{eq} = i_{s1} + \dots + i_{sn}$

③ 实际独立源模型及其等效变换.



$I_s = U_s / R_s$
 $G_s = 1 / R_s$



$i = I_s - G_s u$

④ 受控源的等效变换.

若网络中受控源的控制量不在被分析的二端网络内, 则可进行受控源的等效变换. 前提是变换前后不能使受控源的控制量发生变化. 变换方法类似于独立源的变换.

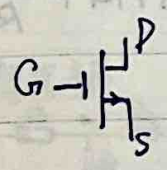
4. 金属氧化物半导体场效应晶体管

metal-oxide-semiconductor-field-effect-transistor

应用: 数字系统中: 门电路.

模拟系统中: 放大电路.

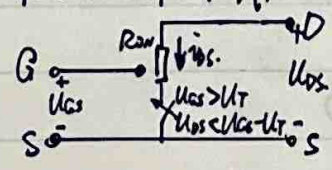
模型: 三端元件: 如 N 沟道增强型 MOSFET:



G: gate: 栅极: 始终开路
 S: source: 源极 } 二端元件 ~ u -关系.
 D: drain: 漏极

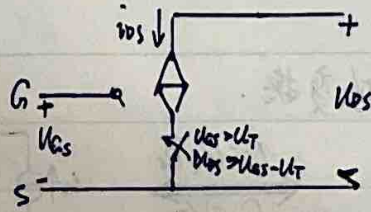
电气特性: U_{GS} 对 D-S 间的 u - i 关系产生影响.

- 1) 当 $0 \leq U_{GS} \leq U_T$ 时, D-S 间开路.
- 2) 当 $U_{GS} > U_T$, $U_{DS} < U_{GS} - U_T$ 时, 则开关闭合, D-S 间表现为电阻, 称为 MOSFET 开关-电阻模型.

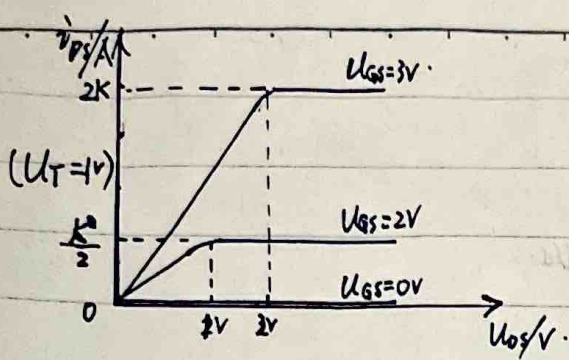


~ 数字系统基本单元-门电路

- 3) 当 $U_{GS} > U_T$, $U_{DS} > U_{GS} - U_T$ 时, 则开关闭合, D-S 间表现为压控电流源 $i_{DS} = \frac{K(U_{GS} - U_T)^2}{2}$, 称为开关-电流源模型.



~ 模拟系统的基本单元-放大器



令 $U_{GS} = U_{in}$, 当 $0 < U_{in} < U_T$ 时, ① $i_{DS} = 0$, D-S 不导通.

当 $U_{GS} = U_{in}$ 时, $U_{in} = 0 \Rightarrow i_{DS} = 0$, D-S 不导通

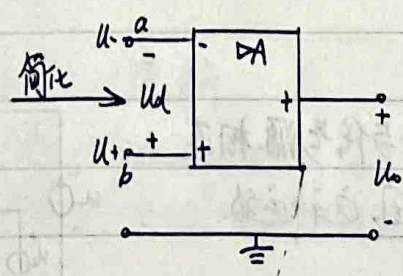
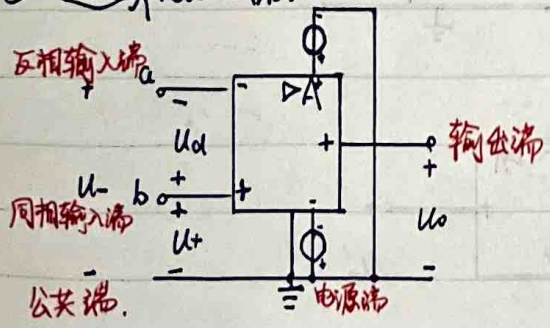
当 $U_{in} > U_T$ 时 $U_{in} > 0$. ② 则 $U_{DS} < U_{in}$ 时 D-S 间为 - 电阻.

$$\text{阻值为 } \frac{U_{DS}}{i_{DS}} = \frac{U_{in} - U_T}{\frac{K}{2}(U_{in} - U_T)^2} = \frac{2}{K(U_{in} - U_T)} = \frac{2}{K} \cdot \frac{1}{U_{in} - U_T}$$

③ 则 $U_{DS} > U_{in}$ 时 D-S 间为 - 压控电流源.

$$i_{DS} = \frac{K}{2} \cdot (U_{in} - U_T)^2.$$

5. 运算放大器.



参数: ① 供电电压: V_{CC}

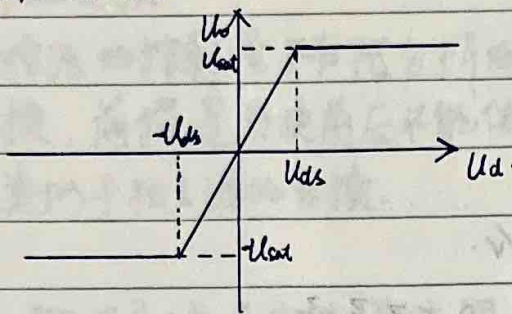
② 开环放大倍数 (开环增益): A $U_o = A(U_+ - U_-) = A U_d$.

U_d 为运算放大器最基本的功能就是放大, 不同运算放大器的 A 不同, 非常大, 且随温度变化.

③ 输入电阻 R_i : 从运放的反相输入端和同相输入端看入的等效电阻 $M\Omega$ 级.

④ 输出电阻 R_o : 从运放的输出端和接地端看入的等效电阻 Ω 级.

⑤ 饱和电压 U_{sat}

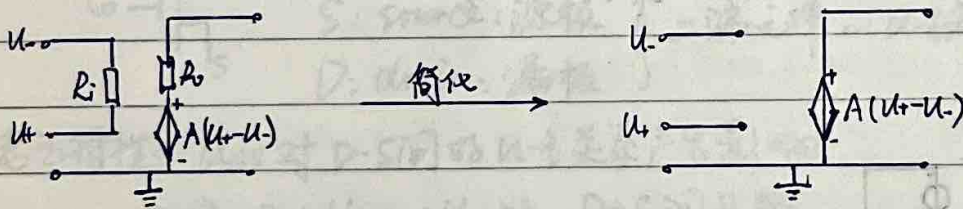


在输入 U_d 在 $(-U_{ds} \sim +U_{ds})$ 范围内时, $U_o = AU_d$ 成立, 这是线性区.

在输入 U_d 在 $(-\infty, -U_{ds}) \cup (U_{ds}, +\infty)$ 范围内时, 运放的输出为 $-U_{sat}$ 或 $+U_{sat}$.

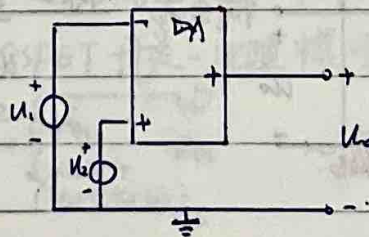
对外相当于一个独立电压源, 这是正(反)向饱和区.

直流或低频场合下运放的电路模型. (从Z域观点看, $R_i \rightarrow \infty, R_o \rightarrow 0$)



将运放直接与信号源相连:

基于以下原因, 这种运放电路不实用:

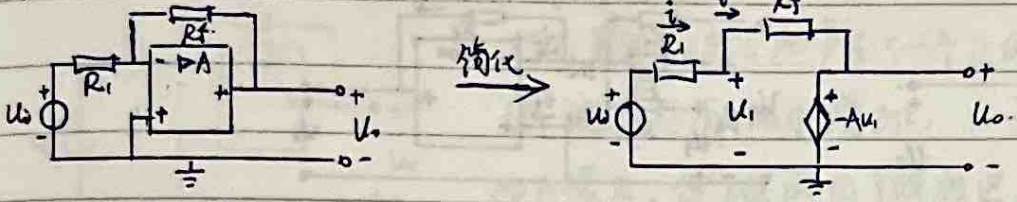


- 1). U_1 和 U_2 的差值取值范围太小, (否则就不在线性区了), 输入输出电压相差太大.
- 2). 不同运放的开环增益相差很大, 很难匹配到一个电路中.
- 3). 运放的开环增益随温度变化而变化, 这样不能维持放大电路正常工作.

为了解决上述问题, 需要将一部分输出引回到输入 (引到反相输入端: 负反馈; 引到同相输入端: 正反馈).

理想运放:

△ 负反馈运放电路:



$$\begin{cases} i = \frac{U_i - U_i}{R_i} \\ i = \frac{U_i - U_o}{R_f} \end{cases} \rightarrow \frac{U_o}{U_i} = -\frac{AR_f}{(R_f + R_i) + AR_i}$$

$-AU_i = U_o$

由于 R_i, R_f 都是 $k\Omega$ 级, A 从 $10^5 \sim 10^7$, 故 $\frac{U_o}{U_i} \approx -\frac{R_f}{R_i}$ 与 A 无关.

1) $\because -U_{sat} < U_o < U_{sat} \quad \therefore -U_{sat} < U_i \frac{R_f}{R_i} < U_{sat}$

对运放输入电压的要求比没有反馈低得多.

2) 输入电压 U_i 和输出电压 U_o 在接近的数量级上 ($\frac{R_f}{R_i}$)

3) A 与温度变化的性质与温度无关, 只要 A 足够大.

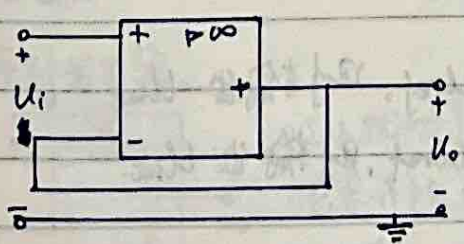
与理想运放:

性质 ① 输入电阻 R_o 为 $\infty \Rightarrow i_+ = i_- = 0$: 虚断

② 输出电阻 R_o 为 $0 \Rightarrow U_o = A(U_+ - U_-) + U_{Ro} (=0)$

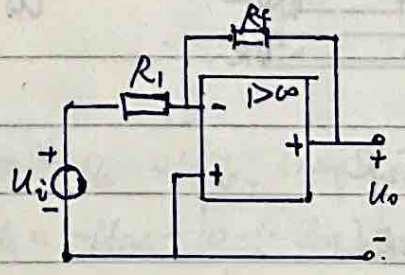
③ 开环放大倍数 A 为 $\infty \Rightarrow \infty \cdot (U_+ - U_-) = U_o \in [-U_{sat}, +U_{sat}]$. $U_+ = U_-$: 虚短.

例: 1). 电压跟随器.



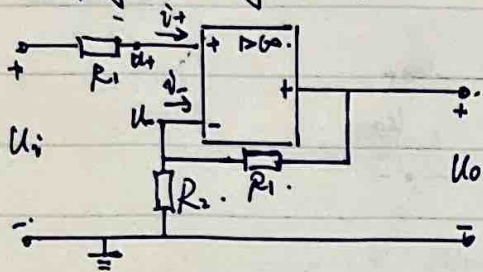
$U_i = U_o$: 将信号源与负载电路隔离, 消除了负载效应

2). 反相比例放大器.



$$\frac{U_i}{R_i} = -\frac{U_o}{R_f} \Rightarrow U_o = -\frac{R_f}{R_i} U_i$$

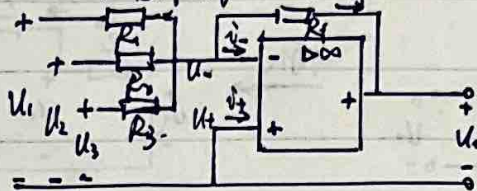
3) 同相比例放大器



$$i_+ = i_- = 0$$

$$U_i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_o \Rightarrow U_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_i$$

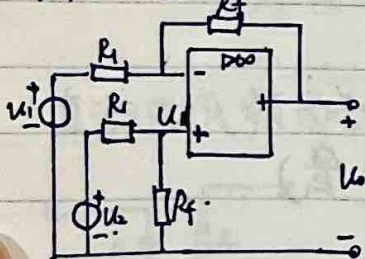
4) 反相加法器



$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} = -\frac{U_o}{R_f}$$

$$\therefore U_o = -\left(\frac{R_f}{R_1} U_1 + \frac{R_f}{R_2} U_2 + \frac{R_f}{R_3} U_3\right)$$

5) 减法器

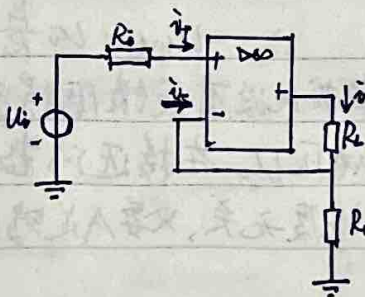


$$\frac{U_1 - U}{R_1} = \frac{U - U_o}{R_f} \quad (\text{虚断})$$

$$U = \frac{R_f}{R_1 + R_f} \cdot U_2 \quad (\text{KVL})$$

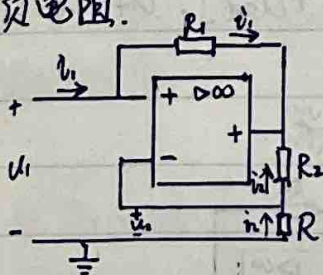
$$\text{消去 } U, \text{ 得 } U_o = -\frac{R_f}{R_1} (U_1 - U_2)$$

6) 压控电流源



$$i = \frac{U_1}{R_1} \text{ 与负载阻值 } R_2 \text{ 无关.}$$

7) 负电阻



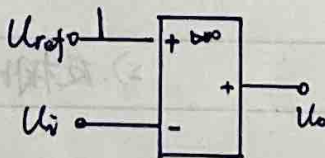
$$U_2 = -i_2 R$$

$$i_1 R_1 = i_2 R_2$$

$$U_1 = U_2$$

$$\therefore \frac{U_1}{U_1} = \frac{U_2}{R_2 i_2} = \frac{R_1}{R_2} \frac{U_1}{-i_2} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot R$$

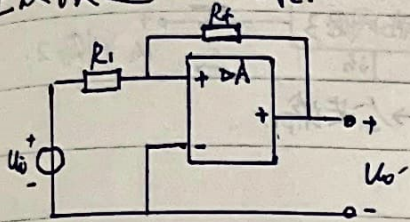
8) 电压比较器 (无反馈)



若 $U_o > U_{ref}$, 则输出 $-U_{sat}$

若 $U_i < U_{ref}$, 则输出 U_{sat} .

△ 正反馈运放电路



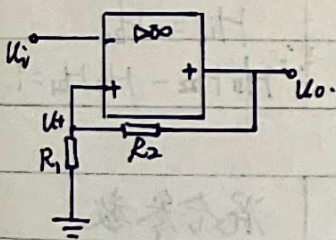
设在输出端突然产生了一个正的小噪声, 于是 U_+ 端电压有微小增加, 由于 $U_o = A(U_+ - U_-)$ 而 A 很大, 使 U_o 超出了线性区, 故 U_o 直接升为 $+U_{sat}$, 反之, 若输出端产生了一个负的小噪声, U_+ 会变为 $-U_{sat}$.

性质 ① 由于输入电阻无穷大, 虚断仍然成立.

② 由于不存在 $\infty(U_+ - U_-) = U_o \in [-U_{sat}, +U_{sat}]$ 的关系, 虚短不再成立.

③ $A \rightarrow \infty$

1). 滞回比较器



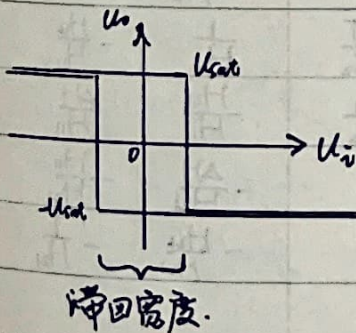
假设由于噪声, 运放的输出变为 $+U_{sat}$

根据虚断, $U_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$.

$U_i < \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$ 时运放输出为 U_{sat} . U_i 增大至超过 $\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$ 时, 由于正反馈, 输出变为 $-U_{sat}$.

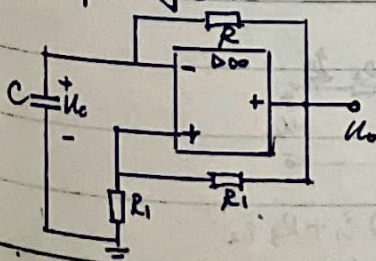
根据虚断, $U_+ = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$.

一旦 U_i 减小至低于 $-\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$, 输出又变为 $-U_{sat}$



滞回比较器增加到 $\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$ 或减小到 $-\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$ 输出才发生改变, 这一特性可以在检测信号时在一定程度(滞回宽度内)消除噪声的干扰.

2) 脉冲序列发生器



设小扰动导致输出电压 $U_o = -U_{sat}$. 此时 $U_+ = -0.5 U_{sat}$.

电容开始充电: $U_c = -U_{sat} + [0 - (-U_{sat})] e^{-\frac{t}{RC}}$.

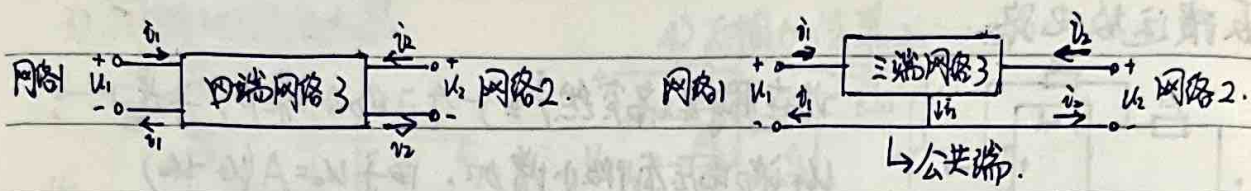
当 U_c 升至 $0.5 U_{sat}$ 时, U_o 跳变至 U_{sat} . 此时 $U_+ = 0.5 U_{sat}$.

电容开始放电: $U_c = U_{sat} + [0.5 U_{sat} - U_{sat}] e^{-\frac{t}{RC}}$.

当 U_c 降至 $0.5 U_{sat}$ 时, U_o 跳变至 $-U_{sat}$. 此时电路进入周期稳态.

$U_c = -U_{sat} + [0.5 U_{sat} - (-U_{sat})] e^{-\frac{t}{RC}}$.

三. 二端口网络.

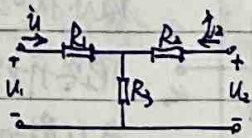
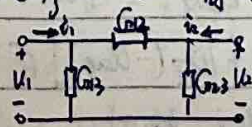


二端口有 $C_0^2 = 6$ 种 u - i 关系, 现分析 G 参数、R 参数、T 参数与 H 参数 4 种.

表 1:	电导参数	电阻参数	传输参数	混合参数
参数方程	$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$
互易条件	$G_{12} = G_{21}$	$R_{12} = R_{21}$	$T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21} = 1$	$H_{12} = -H_{21}$
对称条件	$G_{12} = G_{21}$ $G_{11} = G_{22}$	$R_{12} = R_{21}$ $R_{11} = R_{22}$	$T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21} = 1$ $T_{11} = T_{22}$	$H_{12} = -H_{21}$ $H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21} = 1$

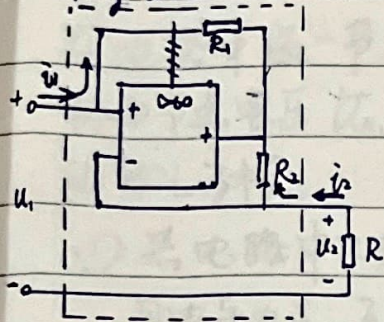
表 2:	阻电导参数	手电阻参数	传输参数	混合参数
阻电导参数		$\frac{R_{21}}{\Delta R} \quad -\frac{R_{11}}{\Delta R}$ $-\frac{R_{22}}{\Delta R} \quad \frac{R_{12}}{\Delta R}$	$\frac{I_{11}}{T_{21}} \quad \frac{\Delta I}{T_{21}}$ $\frac{1}{T_{21}} \quad \frac{I_{22}}{T_{21}}$	$\frac{\Delta H}{H_{22}} \quad \frac{H_{12}}{H_{22}}$ $-\frac{H_{21}}{H_{22}} \quad \frac{1}{H_{22}}$
导电阻参数	$\frac{R_{22}}{\Delta R} \quad -\frac{R_{12}}{\Delta R}$ $-\frac{R_{21}}{\Delta R} \quad \frac{R_{11}}{\Delta R}$		$\frac{I_{22}}{T_{12}} \quad -\frac{\Delta I}{T_{12}}$ $-\frac{1}{T_{12}} \quad \frac{I_{11}}{T_{12}}$	$\frac{1}{H_{11}} \quad -\frac{H_{21}}{H_{11}}$ $\frac{H_{21}}{H_{11}} \quad \frac{\Delta H}{H_{11}}$
传输参数	$\frac{R_{21}}{R_{21}} \quad \frac{\Delta R}{R_{21}}$ $\frac{1}{R_{21}} \quad \frac{R_{22}}{R_{21}}$	$-\frac{R_{22}}{R_{21}} \quad -\frac{1}{R_{21}}$ $-\frac{\Delta R}{R_{21}} \quad -\frac{R_{11}}{R_{21}}$		$-\frac{\Delta H}{H_{21}} \quad -\frac{H_{11}}{H_{21}}$ $-\frac{H_{22}}{H_{21}} \quad -\frac{1}{H_{21}}$
混合参数	$\frac{\Delta R}{R_{22}} \quad \frac{R_{12}}{R_{22}}$ $-\frac{R_{21}}{R_{22}} \quad \frac{1}{R_{22}}$	$\frac{1}{G_{11}} \quad -\frac{R_{12}}{G_{11}}$ $\frac{R_{21}}{G_{11}} \quad \frac{\Delta R}{G_{11}}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}} \quad \frac{\Delta I}{T_{22}}$ $-\frac{1}{T_{22}} \quad \frac{I_{21}}{T_{22}}$	

1) 从 R 参数与 G 参数观点看电阻的 Y-Δ 变换:



$$\begin{cases} U_1 = (G_{13} + G_{12})U_1 - G_{12}U_2 \\ U_2 = -G_{12}U_1 + (G_{12} + G_{23})U_2 \end{cases} \sim \begin{cases} U_1 = (R_1 + R_2)I_1 + R_3I_2 \\ U_2 = R_3I_1 + (R_3 + R_2)I_2 \end{cases}$$

以下参数的双口网络电阻电路。



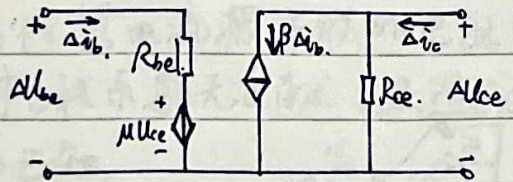
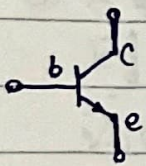
$$\because u_1 = u_2 \quad T_{11} = \frac{u_1}{u_2} = 1, \quad T_{12} = -\frac{u_1}{i_2} = 0$$

$$T_{21} = \frac{i_1}{u_2} = 0, \quad T_{22} = -\frac{i_1}{i_2} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{R_2}{R_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{又} \because u_2 = -R i_2, \quad \therefore R_2 = \frac{u_2}{i_2} = -\frac{R_1}{R_2} R < 0.$$

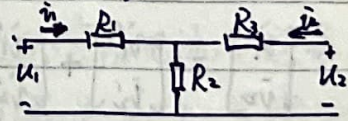
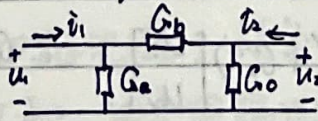
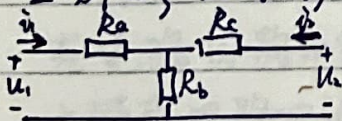
双极型晶体管的电路符号和小信号电路模型。



$$\begin{pmatrix} \Delta u_{be} \\ \Delta i_{ce} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{be} & \mu \\ \beta & \frac{1}{R_{ce}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta i_b \\ \Delta u_{ce} \end{pmatrix}$$

1. 二端口网络的等效电路。

互易R参数T形等效：互易G参数的π形等效：互易T参数的T形等效。



$$R_{11} = \frac{u_1}{i_1} = R_a + R_b$$

$$R_{12} = \frac{u_1}{i_2} = R_b$$

$$R_{21} = \frac{u_2}{i_1} = R_b$$

$$R_{22} = \frac{u_2}{i_2} = R_b + R_c$$

$$G_{11} = \frac{i_1}{u_1} = G_a + G_b$$

$$G_{12} = \frac{i_1}{u_2} = -G_b$$

$$G_{21} = \frac{i_2}{u_1} = -G_b$$

$$G_{22} = \frac{i_2}{u_2} = G_b + G_c$$

$$T_{11} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$T_{12} = -\frac{u_1}{i_2} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_2}$$

$$T_{21} = \frac{i_1}{u_2} = \frac{1}{R_2}$$

$$T_{22} = -\frac{i_1}{i_2} = 1 + \frac{R_3}{R_2}$$

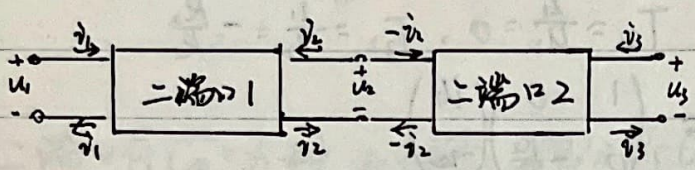
$$\begin{cases} R_b = R_{12} = R_{21} \\ R_a = R_{11} - R_b \\ R_c = R_{22} - R_b \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} G_b = -G_{12} = -G_{21} \\ G_a = G_{11} + G_{12} \\ G_c = G_{22} + G_{21} \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} R_1 = \frac{T_{11} - 1}{T_{21}} \\ R_2 = \frac{1}{T_{21}} \\ R_3 = \frac{T_{22} - 1}{T_{21}} \end{cases}$$

2. 二端口网络的联接

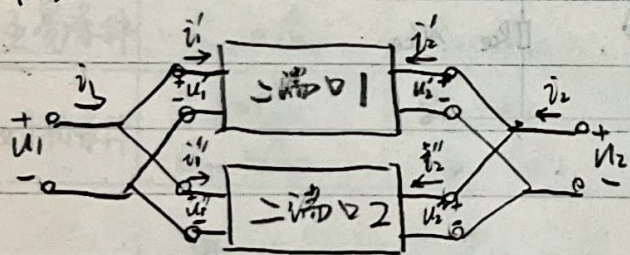
① 级联



由 $\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = T_1 \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = T_2 \begin{bmatrix} u_3 \\ -i_3 \end{bmatrix}$ 得

$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = T_1 T_2 \begin{bmatrix} u_3 \\ -i_3 \end{bmatrix} \therefore T = T_1 T_2$

② 并联



$\begin{bmatrix} i_1' \\ i_2'' \end{bmatrix} = G' \begin{bmatrix} u_1' \\ u_2' \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} i_1'' \\ i_2'' \end{bmatrix} = G'' \begin{bmatrix} u_1'' \\ u_2'' \end{bmatrix}$

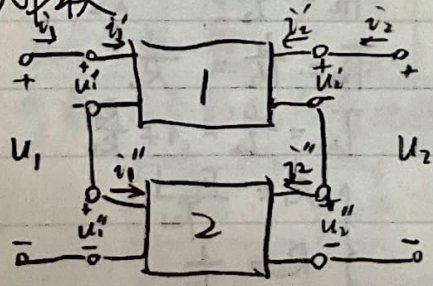
由 $u_1 = u_1' = u_1''$, $u_2 = u_2' = u_2''$ 得

$i_1 = i_1' + i_1''$, $i_2 = i_2' + i_2''$

$\therefore \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1' \\ i_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_1'' \\ i_2'' \end{bmatrix} = (G' + G'') \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \therefore G = G' + G''$

具有公共端的二端口将公共端并联不会破坏端口条件。

③ 串联



$\begin{bmatrix} u_1' \\ u_2' \end{bmatrix} = R' \begin{bmatrix} i_1' \\ i_2' \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} u_1'' \\ u_2'' \end{bmatrix} = R'' \begin{bmatrix} i_1'' \\ i_2'' \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1' \\ u_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1'' \\ u_2'' \end{bmatrix} = (R' + R'') \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$

$\therefore R = R' + R''$

具有公共端的二端口在公共端进行串联不会破坏端口条件。

四. 线性电阻电路分析.

1. 节点电压法:

在电路中选一节点作为参考节点设其电位为零, 其他节点的电压称为节点电压 U_{n1}, U_{n2}, \dots 其自动满足 KVL. 只需列写这 $(n-1)$ 个节点上的 KCL 方程.

① 若电路中只有电流源, 电压源和电阻, 则有一般形式:

自电导为正, 互电导为负, 实际电压源变换为实际电流源. 此时是对称矩阵

② 若电路中存在受控源, 先把受控源当成独立源列出节点方程再列出控制量和节点电压的关系方程.

③ 若电路中有与理想电流源串联的电阻或与理想电压源并联的电阻则此类电阻对方程系数无贡献, 且造成了节点的某一电流输入已知或两节点电压已知.

④ 若电路中有两个节点间连有纯电压源 (或受控电压源), 可通过将参考节点选在该电压源负极、增设电压源支路电流和将电压源包入广义节点等方法列出节点方程.

(用广义节点法时, “自电导”的概念“打张”)

2. 回路电流法

在电路回路中假想出口路电流, 使每条支路上的实际电流为这条支路上所有回路电流的代数和. 由于回路电流自动满足 KCL, 只需列写 $(b-n+1)$ 个回路 KVL.

① 若电路中只有电流源, 电压源和电阻, 则按一般形式有, 互电阻上两个回路的电流方向相同时为正, 相反时为负. 回路上的电压源的电压方向与回路电流 (绕行) 方向相反时取正. (对比节点电压法中电流流入为正).

② 若含受控源, 视为独立源列方程, 再找出控制量与回路电流的关系方程.

③ 当有与电阻并联的电压源时, 转化为电压源. 当有与理想电流源串联的电阻或与理想电压源并联的电阻时, 前者下而讨论, 后者忽略.

- ④ 无论两回路公共支路上有无电阻,只要有电流源,就可利用
- { 选择独立回路时,使电流源支路只被1个回路所包含.
 - { 增设电流源上的电压,
 - { 设定包围电流源的广义网孔(有与邻网孔的方程和自身的KVL约束).

3. 叠加定理

由响应(电路中电流或两点间电压)和激励(独立电源)之间满足可加性得。由于支路电压和支路电流都可由节点电压的线性组合表示,故线性电阻电路中响应与激励间满足可加性。

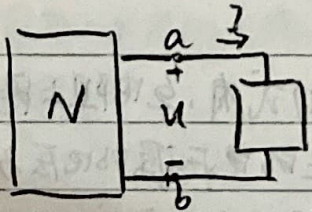
注: 有受控源时,受控源保留在电路中,被控关系不变,受控源的作用必须体现在含独立源电路中,不参加叠加。

- { 不作用的电压源置零 \rightarrow 短路
- { 不作用的电流源置零 \rightarrow 断路

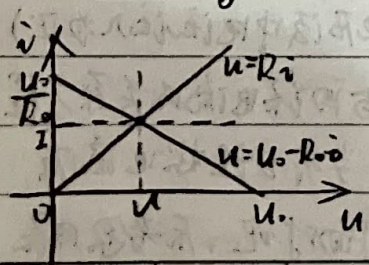
4. 齐性定理

由响应和激励之间满足齐次性(线性方程组使然)得:
当电路中所有独立源变化 k 倍,响应则也变化 k 倍(包括受控源)

5. 替代定理



设 ab 左边含独立源和电阻,端口伏安关系为 $u = U_0 - R_0 i$, 右边为电阻支路 $u = R_0 i$, 则系统工作点由左下图表示。用 U_0 的电压源和 I 的电流源替代右边电阻支路,显然 N 中任意参量均不改变。Actually, 用任条和 $u = U_0 - R_0 i$ 只有在 P 点处有交点的伏安关系所代表的一端口代替右边的一端口, N 中的工作状态都不会改变。



注: 被替代的支路和 N 间无耦合关系!

6. 戴维南定理

任意一个由线性电阻、线性受控源和独立电源组成的一端口电路

↓ $u-i$ 关系

理想电压源 U_0 和电阻 R_i 的串联电路。

{ 电压源 = 电路开路电压

{ 电阻: 端口内所有独立源置零后的等效电阻。

① 开路电压可用节点电压法、回路电流法、叠加定理、简单电阻电路分析方法

② 电阻可以用电阻等效化简算得, 也可用开路电压比短路电流算得。

③ 受控源的受控量在端口内而控制量在端口外时不能等效为 $U_0 \sim R_i$

④ 电路中存在受控源时等效电阻可能是负电阻。

⑤ 只要作戴维南等效变换的电路是线性的 (端口外随变), 仍可作变换。

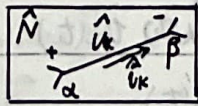
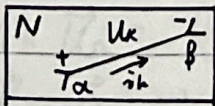
诺顿定理: $I_0 \cdot G_i \Leftrightarrow U_0 \cdot R_i$

7. 特勒根定理

设网络 N 和 \hat{N} 具有相同的拓扑结构, 对应支路取相同参考方向, 各支路电压、电流均取关联参考方向, 则有

$$\sum_{k=1}^K U_k \hat{i}_k = 0, \quad \sum_{k=1}^K U_k i_k = 0$$

证明: 设 k 支路联接在节点 α, β 之间, 将左图中支路 U_k 和右图中 k 支路 \hat{i}_k 相乘。



$$U_k \hat{i}_k = (U_\alpha - U_\beta) \hat{i}_k = U_\alpha \hat{i}_k - U_\beta \hat{i}_k = U_\alpha \hat{i}_k + U_\beta \hat{i}_\beta$$

其中 \hat{i}_k 表示流出节点 α 的电流, \hat{i}_β 表示流出节点 β 的电流

对电路中所有支路对应的电压、电流相乘后再求和, 得

$$U_1 \hat{i}_1 + U_2 \hat{i}_2 + \dots + U_k \hat{i}_k$$

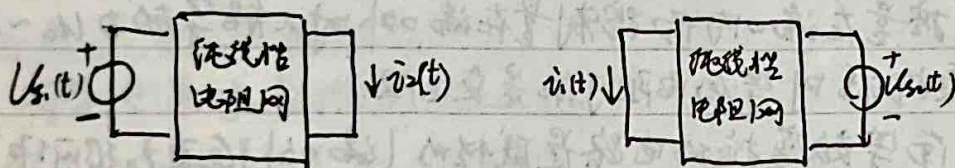
将上式是各支路电压用节点电压表示,再把同一个节点电压前的各电流系数合并,得到如下形式的表达式

$$\sum_{k=1}^n U_k \hat{i}_k = U_{n1} \sum_m \hat{v}_m + \dots + U_{nk} \sum_{nk} \hat{v}_k + \dots + U_{nn} \sum_{nn} \hat{v}_n = 0$$

$$\therefore \sum_{nk} \hat{v}_k = 0$$

$$\therefore \sum_{k=1}^n \hat{U}_k \hat{i}_k = 0$$

8. 互易定理



第一形式: $\frac{i_1(t)}{U_{s2}(t)} = \frac{i_2(t)}{U_{s1}(t)}$ 或 $U_{s1}(t) i_1(t) = U_{s2}(t) i_2(t)$

证明: 设左图中共有 b 条支路, 则右框内有 $b-2$ 条支路, 设其上的电压、电流分别记为 $U_k(t), i_k(t)$ ($k=3, \dots, b$), 右图中对应支路上电压、电流分别记为 $\hat{U}_k(t), \hat{i}_k(t)$ ($k=3, \dots, b$), 由特勒根定理:

$$\begin{cases} U_{s1}(t) i_1(t) + 0 + \sum_{k=3}^b U_k(t) \hat{i}_k(t) = 0 \\ 0 + U_{s2}(t) i_2(t) + \sum_{k=3}^b \hat{U}_k(t) i_k(t) = 0 \end{cases}$$

由于左右两框内是同一个电阻电路, 有

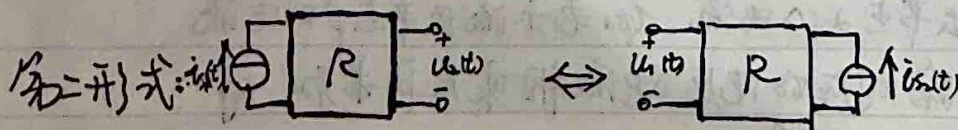
$$U_k(t) \hat{i}_k(t) = i_k(t) R_k \hat{i}_k(t) = i_k(t) \hat{U}_k(t)$$

$$\therefore \sum_{k=3}^b U_k(t) \hat{i}_k(t) = \sum_{k=3}^b \hat{U}_k(t) i_k(t)$$

$$\therefore U_{s1}(t) i_1(t) = U_{s2}(t) i_2(t)$$

$$\therefore G_{21} = \frac{i_1(t)}{U_{s2}(t)} \Big|_{U_{s1}=0} = G_{12} = \frac{i_2(t)}{U_{s1}(t)} \Big|_{U_{s2}=0}$$

这是二端口互易的充要条件



$$\frac{U_2(t)}{i_1(t)} = \frac{U_1(t)}{i_2(t)} \Leftrightarrow i_1(t) U_1(t) = i_2(t) U_2(t) \Leftrightarrow R_{21} = R_{12}$$

- ① 进行互易时, 电流与电压的相对方向要保持不变 (都一致或都相反).
- ② 将叠加定理和互易定理结合起来应用到多个电压源(电流源)作用而只求解某支路的电流(电压)的情况时甚方便.

电路图论·对偶原理

图: {节点, 支路}; 有向图: 所有支路电压的参考方向已标注(电压关联).
 连通图: \forall 两节点支路连通; 子图: $G'(\text{节点, 支路}) \subset G(\text{节点, 支路})$
 树: 连通、包含G的所有节点、不含回路. (当然, 树T是图G的一个子图).
 树枝: G中属于T的支路; 连支: G中不属于T的支路.
 易知有n个节点的图需添加n-1条支路才能构成一棵树.
 故在n个节点、b条支路的图G中, 树枝: n-1, 连支: b-(n-1)

① 关联矩阵A.

用 $n \times b$ 矩阵表支路与节点关联情况, 令

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{支路 } j \text{ 与节点 } i \text{ 相连, 支路离开节点} \\ -1 & \text{支路 } j \text{ 与节点 } i \text{ 相连, 支路指向节点.} \\ 0 & i \text{ 与 } j \text{ 无关.} \end{cases}$$



$$j = 1, \dots, b; i = 1, \dots, n.$$

\therefore 增广关联矩阵 $A_a \in M_{n \times b}$, 易知 A_a 中只有 $n-1$ 个行向量(节点)线性无关.
 \therefore 可任删一行构成 $(n-1) \times b$ 的关联矩阵 A , 删除的行(节点)即参考节点.

设支路电流 $\vec{i} = (i_1, \dots, i_b)^T$, 支路电压 $\vec{u} = (u_1, \dots, u_b)^T$,

节点电位 $\vec{u}_n = (u_{n1}, \dots, u_{nn})^T$, $u_{nx} = 0$ (参考节点)

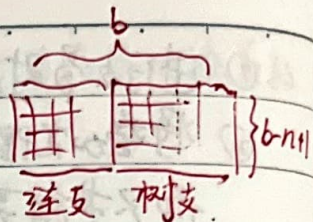
有 $A_a \vec{i} = \vec{0} \Rightarrow A \vec{i} = \vec{0}$

和 $\vec{u} = A^T \vec{u}_n \Rightarrow \text{Rank } A = n-1$, 即 n 节点 b 支路电路中独立KCL数为 $n-1$.

② 基本回路矩阵 B_f

设有 l 个回路, 建立回路矩阵 $B \in l \times b$. 令

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{回路 } i \text{ 包含支路 } j, \text{ 方向一致} \\ -1 & \text{回路 } i \text{ 包含支路 } j, \text{ 方向相反} \\ 0 & j \text{ 不合于 } i \end{cases}$$



性质 $\left\{ \begin{array}{l} B \text{ 不存在全零列向量} \text{ — 每条支路至少被一个回路包含。} \\ B \text{ 每行最少有两个不为零元素} \text{ — 每个回路至少由两条支路组成。} \end{array} \right.$

设图 G 有 n 个节点、 b 条支路，树枝 $n-1$ 连支 $b-(n-1)$ 。树不构成回路，但通过逐渐添加 $b-(n-1)$ 个连支得到 $b-n+1$ 个独立回路，即：

$$B_f = [B_l, B_t] \quad \text{Rank } B_f = \text{非零行行数} = b-n+1.$$

基本回路矩阵 连支 树枝

设支路电流 $\vec{i} = (i_1, \dots, i_b)^T$ ，支路电压 $\vec{u} = (u_1, \dots, u_b)^T$ ，

回路电流 $\vec{i}_l = (i_{l1}, \dots, i_{l(b-n+1)})^T$ 。

$$\text{有 } \vec{i} = B_f^T \cdot \vec{i}_l \Rightarrow \vec{u} = B_f \cdot \vec{i}_l \sim \text{KCL.}$$

$$B_f \vec{u} = \vec{0} \Rightarrow \vec{u} = -B_t \vec{u}_t \sim \text{KVL}$$

③ 支路电压、电流关系的矩阵形式。

$$\vec{u} = R\vec{i} + R\vec{i}_s - \vec{u}_s$$

$$\vec{i} = G\vec{u} + G\vec{u}_s - \vec{i}_s$$

④ 节点方程。

由③得 $A\vec{i} = A(G\vec{u} + G\vec{u}_s - \vec{i}_s) = AG\vec{u} + AG\vec{u}_s - A\vec{i}_s$ ，其中 A 为关联矩阵。

由①知 $A\vec{i} = \vec{0} \Rightarrow AG\vec{u} + AG\vec{u}_s - A\vec{i}_s = \vec{0}$ 。又 $\vec{u} = A^T \vec{u}_n$ ， u_n ：节点电压。

$$\therefore AGA^T \vec{u}_n = A\vec{i}_s - AG\vec{u}_s$$

⑤ 回路方程

$$\text{由上面推导，得 } B_f R B_f^T \vec{i}_l = B_f \vec{u}_s - B_f R \vec{i}_s$$

① 对偶原理

	节点	网孔
术语	树枝 $n-1$	连支 $b-n+1$
	开路	短路
变量	电压 U	电流 i
	节点电压 U_n	网孔电流 i_m
	树枝电压 U_b	连支电流 i_l
元件	电阻 R	电导 G
	电感 L	电容 C
	电压源 U_s	电流源 I_s
联接	串联	并联
	星形 Δ Y	三角形 Δ
Kirchhoff	KCL	KVL
定理	戴维南 互易第一形式	诺顿 互易第二形式

五. 非线性电阻电路分析.

定义: $u=f(i)$ 或 $i=g(u)$ eg. 整流二极管: $i=I_S(e^{\frac{u}{U_{TH}}}-1)$

- 性质: ① $u-i$ 关系无齐次性和可加性.
 ② $u-i$ 关系在某点泰勒展开, 若高阶导项可忽略 (≥ 2), 则该点附近的小扰动及其响应呈线性.
 ③ 可能多解也可能无解.

1. 直接列方程法.

- { 压控型非线性电阻 — 节点电压法.
- { 流控型非线性电阻 — 回路电流法.

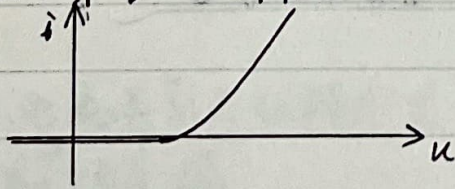
2. 图解法

元件约束与负载/诺顿/戴维南端口约束的交点.

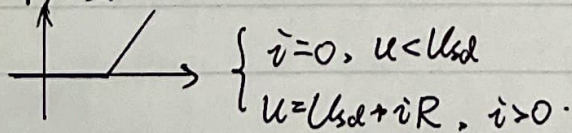
3. 分段线性法.

即“假设—检验”.

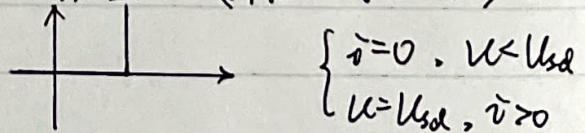
eg. 整流二极管的四种模型.



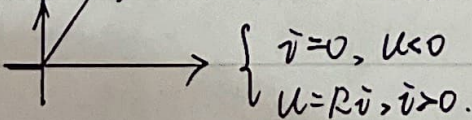
① 模型 1.



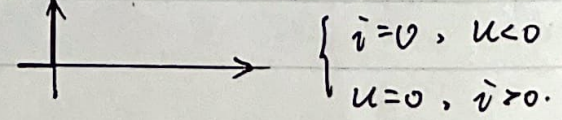
② 模型 2. (外阻 \gg 导通阻值).



③ 模型 3. (U_{sd} 相对很小)



④ 模型 4. (导通阻值和 U_{sd} 都很小).



从①到④误差越来越大.

4. 小信号法.

背景: 稳态激励: U_s ; 小扰动 $\Delta U_s(t)$

① 仅考虑直流激励, 解出非线性电阻工作点 (U_0, I_0)

② 对于非线性电阻 $u = f(i)$, 经泰勒展开, 有

$$u = U_0 + \frac{f'(i)}{1} (i - i_0) + \frac{f''(i)}{2} (i - i_0)^2 + \dots$$

$$\approx U_0 + f'(i) (i - i_0)$$

即 $\Delta u = \frac{du}{di} \cdot \Delta i$ (都是 t 的函数)

此时, 对于整个电路来说, 当只有 ΔU_s 激励时, 是线性的, 根据线性电阻电路分析方法, 由 ΔU_s 求出 Δu , 进而 $\Delta i = \frac{di}{du} \Delta u$.

③ 两激励的叠加

$$\begin{cases} u = U_0 + \Delta u(t) \\ i = I_0 + \Delta i(t) \end{cases}$$

5. 例子

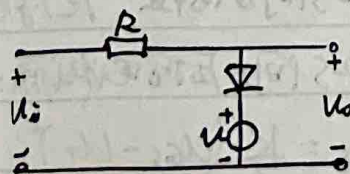
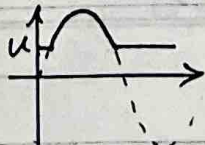
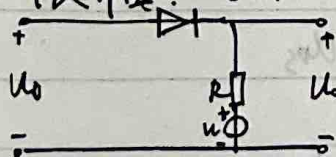
① 半波整流 — 利用二极管模型 4.

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega t dt = \frac{U_m}{\pi}. \quad \text{有效值 } U = \frac{1}{T} \sqrt{\int_0^{\frac{T}{2}} U_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

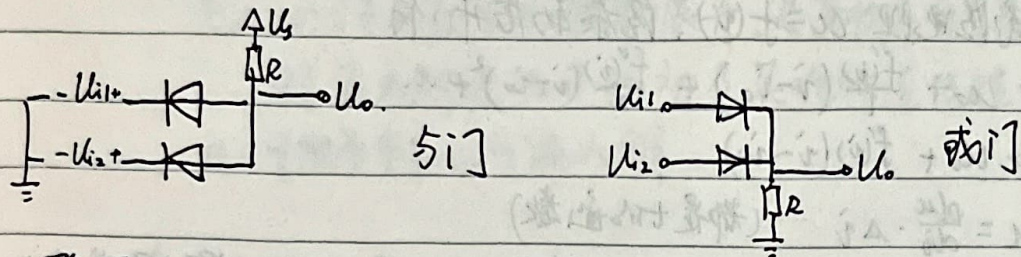
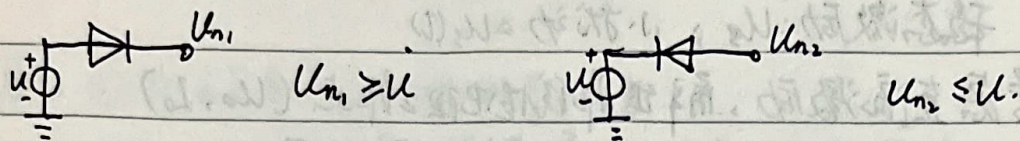
全波整流

$$\bar{u} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega t dt = \frac{2U_m}{\pi}. \quad \text{有效值 } U = \frac{2}{T} \sqrt{\int_0^{\frac{T}{2}} U_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

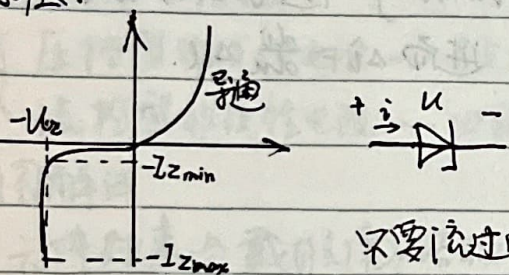
② 限幅 ($U_i = U_m \sin \omega t$)



③ 钳位.



④ 稳压.

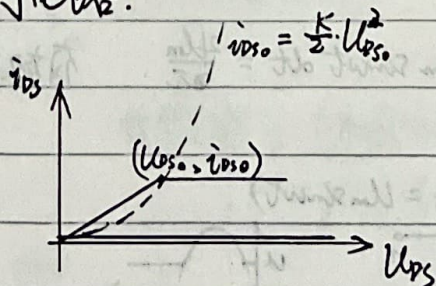
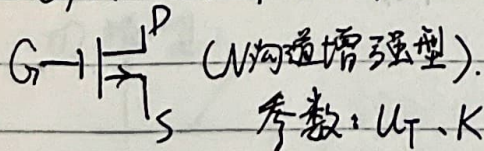


只要流过的反向电流在一定范围内 ($I_{Zmin} < |i| < I_{Zmax}$), 端口电压始终保持为 $U = -U_Z$.

⑤ 利用非线性电阻产生新的频率成分: 非线性, 数学计算.

6. 用 MOSFET 构成放大器 和 门电路.

① 顺 MOSFET 电路模型:



当 $U_{GS} < U_T$ 时, $i_{DS} = 0$, 断开.

当 $U_{GS} > U_T$ 时, 导通, 此时, $U_{DS} < U_{GS} - U_T$ 时, D-S 间为电阻. R 恒定.

$U_{DS} > U_{GS} - U_T$ 时, D-S 间为压控电流源:

$$i_{DS} = \frac{K}{2} (U_{GS} - U_T)^2$$

$$\therefore \text{阻值 } R = \frac{U_{DS0}}{i_{DS0}} = \frac{U_{GS} - U_T}{\frac{K}{2} (U_{GS} - U_T)^2} = \frac{2}{K} \cdot \frac{1}{U_{GS} - U_T} = \frac{2}{K} \cdot \frac{1}{U_{DS0}}$$

$$\therefore i_{DS0} = \frac{K}{2} U_{DS0}^2$$

① 放大器

当 U_{GS} 为小信号时, 根据“假设-检验”的分段线性法解出工作点.

当 U_{GS} 含小信号时, ΔU_{DS} 为输出, ΔU_{GS} 为输入, 则放大倍数

$$\begin{aligned} \frac{\Delta U_{DS}}{\Delta U_{GS}} &= \frac{\Delta U_{DS}}{\Delta U_{GS}} \cdot \frac{\Delta v_{DS}}{\Delta v_{DS}} = \frac{\Delta U_{DS}}{\Delta v_{DS}} \cdot \frac{d\left[\frac{K}{2}(U_{GS}-U_T)^2\right]}{dU_{GS}} \\ &= K(U_{GS}-U_T) \frac{\Delta U_{DS}}{\Delta v_{DS}} = K(U_{GS}-U_T) \cdot R_L \end{aligned}$$

其中, R_L 为从 DS 端看入的等效电阻.

当 $U_{GS} = U + \Delta U$ 时, 为以上两者的合成, 称为共源放大电路.

② 门电路

根据要求列真值表 ($n+1$ 列, 2^n+1 行, n 为逻辑变量数)

↓

找出所有使输出为逻辑真的输入的组合方式.

↓

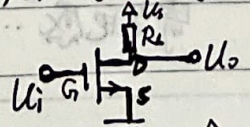
将这些组合用或运算联接, 合成新的统一逻辑表达式

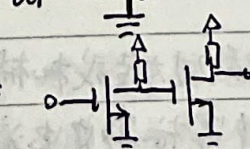
↓

化简逻辑表达式.

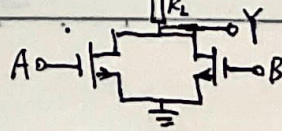
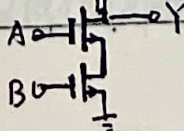
↓

利用逻辑基本单元实现表达式:

反相器: $A \rightarrow Y$:  $Y = \bar{A}$

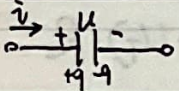
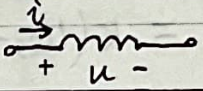
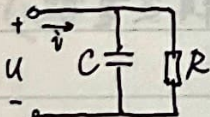
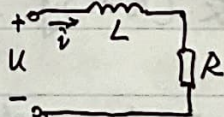
缓冲器: $A \rightarrow Y$:  $Y = A$. 防止信号在传输中的衰减.

与非门 (NAND): $A, B \rightarrow Y$ $Y = \overline{AB}$; 或非门 (NOR): $A, B \rightarrow Y$ $Y = \overline{A+B}$



六. 动态电路的时域分析.

1. 动态元件 (储能元件). (线性非时变)

	电容	电感
约束方程	$q = Cu, \quad \dot{v} = \frac{dq}{dt}$	$\psi = Li, \quad u = \frac{d\psi}{dt}$
"记忆性" "连续性"	$u = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i dt + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt$ $= u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt$	$\dot{v} = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} u dt + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u dt$ $= \dot{v}(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u dt$
关联方向		
储能	$\omega = \int_{-\infty}^t p dt = \int_{-\infty}^t u i dt$ $= C \int_{u(-\infty)}^{u(t)} u du$ $= \frac{1}{2} C u^2(t) - \frac{1}{2} C u^2(-\infty)$	$\omega = \int_{-\infty}^t p dt = \int_{-\infty}^t u i dt$ $= \frac{1}{2} L \int_{i(-\infty)}^{i(t)} i di$ $= \frac{1}{2} L i^2(t) - \frac{1}{2} L i^2(-\infty)$
实际 (直流/低频)		
串联	$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$	$L = \sum L_i$
并联	$C = \sum C_i$	$\frac{1}{L} = \sum \frac{1}{L_i}$
换路	$u_C(0^+) = u_C(0^-) + \frac{1}{C} \int_0^+ i dt$ $q(0^+) = q(0^-) + \int_0^+ i dt$	$i_L(0^+) = i_L(0^-) + \frac{1}{L} \int_0^+ u dt$ $\psi(0^+) = \psi(0^-) + \int_0^+ u dt$
高频时的现象	输电线分布电容、MOSFET电极间的寄生电容 (eg. C_{gs})	寄生电感...
高电压/强电流时的现象	击穿 (需标额定电压)	电磁力过大造成机械形变, 线圈过热使之烧毁 (需标额定电流)
描述	常系数线性常微分方程 (组)	

2. 经典法求解动态电路

自由响应: 齐次微分方程通解.

强制响应: 非齐次微分方程特解.

条件: 正弦激励或直流激励

原因: $t \rightarrow \infty$ 时, 以上两类激励在任一支路上的响应就是微分方程的解(稳态特性)

① 一阶动态电路

1) 用一阶常系数线性常微分方程描述.

2) 若一阶电路中含一个动态元件, 用戴维南化之成 RC 或 RL 电路.

3) 求齐次微分方程(不带激励)通解 和非齐次微分方程特解(带激励).

形式为 $Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.

形式与激励 $f(t)$ 类似.

4) 全解为通解 + 特解, 并通过一初始条件确定 A.

(工程上认为, 经过 $3\tau \sim 5\tau$ 过渡过程结束, 电路到达新稳态)

归纳上述步骤, 可发现, 对一阶电路中任一支路的响应, 可简化为“三要素”求解.

设 $f(t)$ 为所求支路的电压或电流(响应), $f(0^+)$ 是初始值, $f(t)|_{t \rightarrow \infty}$ 是强制响应(在直流和正弦下即稳态分量), τ 为时间常数, 有

$$f(t) = f(t)|_{t \rightarrow \infty} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}, \quad t \geq 0$$

将 $t = 0^+$ 代入, 得

$$f(t) = f(t)|_{t \rightarrow \infty} + [f(0^+) - f(t)|_{t=0^+}]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中 $f(t)|_{t \rightarrow \infty}$: 强制响应.

$[f(0^+) - f(t)|_{t=0^+}]e^{-\frac{t}{\tau}}$: 自由响应.

RC 中 $\tau = RC$, RL 中 $\tau = \frac{L}{R}$, R 为动态元件两端看入的戴维南等效电阻.

② 二阶动态电路

1) 二阶常微分方程; 含两个动态性能不同的储能元件两个动态性能相同的相互独立的储能元件(无耦合).

如: $\frac{d^2 u_c}{dt^2} + 2\alpha \frac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = f(t)$

以下是二阶常系数线性(非齐次)常微分方程的理论.

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 2\alpha \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = f(t) \quad (无激励)$$

$$\text{或 } \frac{d^2i}{dt^2} + 2\alpha \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = f(t) \quad 0$$

设 $u = Ae^{\lambda t}$, 则有

$$\lambda^2 e^{\lambda t} + 2\alpha \lambda e^{\lambda t} + \omega_0^2 e^{\lambda t} = 0$$

$$\text{即 } \lambda^2 + 2\alpha\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad \therefore \lambda = \frac{-2\alpha \pm \sqrt{4\alpha^2 - 4\omega_0^2}}{2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

当 $\Delta > 0$ 时, 有两个不同实根, 齐次通解为 $u = C_1 e^{(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2})t} + C_2 e^{(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2})t}$

当 $\Delta = 0$ 时, 齐次方程有一个解 $u = e^{-\alpha t}$, 通过刘维尔公式再找出另一个线性无关的解

$$u = t e^{-\alpha t} \quad \therefore \text{齐次通解为 } u = (C_1 + C_2 t) e^{-\alpha t}$$

当 $\Delta < 0$ 时有两个共轭复根 $-\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$, \therefore 齐次通解为

$$u = C_1 e^{-\alpha t} e^{j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t} + C_2 e^{-\alpha t} e^{-j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t}$$

$$= e^{-\alpha t} (C_1 \cos \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t + j C_1 \sin \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t + C_2 \cos \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t - j C_2 \sin \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t)$$

$$= (C_1 + C_2) e^{-\alpha t} (\cos \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t + j \sin \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t)$$

$$= k e^{-\alpha t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t + \psi) \quad k \text{ 及 } \psi \text{ 为待定系数}$$

若欲由微分方程直接画出电参数的时域特性曲线而不解方程, 可

首先求 u_c 和 i_c 及其一阶导的初值;

其次求 u_c 和 i_c 的稳定值;

最后由齐次方程确定过渡过程的阻尼性质。

若含激励, 则根据二阶常系数线性微分方程的解的理论去解析, 特殊地

若激励是正弦的, 则有

$$u'' + 2\alpha u' + \omega_0^2 u = A \sin(\omega t + \varphi) \xrightarrow[\substack{\varphi=0 \\ A=1}]{\text{}} \sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{j2}$$

设其稳态的特解为 $\frac{e^{j(\omega t + \varphi)} - e^{-j(\omega t + \varphi)}}{j2}$, 则有

$$- \omega^2 \cdot \frac{A}{j2} e^{j(\omega t + \varphi)} + \omega^2 \cdot \frac{A}{j2} e^{-j(\omega t + \varphi)} + \frac{2\alpha}{j2} (A j) e^{j(\omega t + \varphi)} - \frac{2\alpha}{j2} (A j) e^{-j(\omega t + \varphi)}$$

$$+ \omega_0^2 \cdot \frac{A}{j2} e^{j(\omega t + \varphi)} - \omega_0^2 \cdot \frac{A}{j2} e^{-j(\omega t + \varphi)} = \frac{1}{j2} e^{j\omega t} - \frac{1}{j2} e^{-j\omega t}$$

可知其稳态解也是正弦的

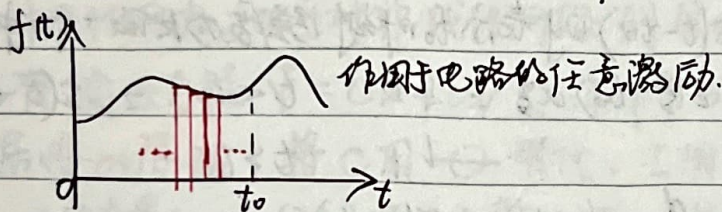
3. 叠加法求解动态电路.

{ 零输入响应: 与初始条件成线性 (所有的初始条件, 即 $U_0, I_0 \dots$)
 { 零状态响应: 与激励成线性. (所有激励, $U_s, I_s \dots$)

求任意激励下的全响应, 即把全响应分解为零输入和零状态,

零输入可通过三要素法(一阶)、特征根法(二阶)等求出;

零状态可通过将任意激励分解为一些简单激励的线性组合, 卷积求得.



利用单位阶跃函数及其延迟, 可将 $0 \sim t_0$ 时刻的激励表示为

$$f(t) \approx f(0)[\varepsilon(t) - \varepsilon(t - \Delta t)] + f(\Delta t)[\varepsilon(t - \Delta t) - \varepsilon(t - 2\Delta t)] \\ + \dots + f((N-1)\Delta t)[\varepsilon(t - (N-1)\Delta t) - \varepsilon(t - N\Delta t)]$$

$$\therefore f(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta t) [\varepsilon(t - k\Delta t) - \varepsilon(t - (k+1)\Delta t)] \\ = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta t) \Delta t \frac{1}{\Delta t} [\varepsilon(t - k\Delta t) - \varepsilon(t - (k+1)\Delta t)] \\ = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta t) \Delta t p(t - k\Delta t)$$

其中 $p(t - k\Delta t) = \frac{1}{\Delta t} [\varepsilon(t - k\Delta t) - \varepsilon(t - (k+1)\Delta t)]$ 是
(面积为1)延迟单位脉冲函数.

根据线性电路的齐次性, $f(k\Delta t) \Delta t p(t - k\Delta t)$ 在所示支路上的响应为 $f(k\Delta t) \Delta t h_p(t - k\Delta t)$, 其中 $h_p(t)$ 为

零状态线性.

单位脉冲函数 $p(t)$ 在所示支路的零状态响应

根据线性电路的可加性, 所示支路上的响应为 $\sum f(k\Delta t) \Delta t h_p(t - k\Delta t)$

$$\therefore \text{所示支路上的响应 } h(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta t) \Delta t h_p(t - k\Delta t)$$

$$= \int_0^{t_0} f(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad \Rightarrow$$

$N \rightarrow \infty$ 时, $\Delta t \rightarrow dt$, $k\Delta t \rightarrow t$, 单位脉冲函数变成单位冲激函数 $p(t) \rightarrow \delta(t)$

对应的单位脉冲函数的零状态响应变为单位冲激响应 $h_p(t) \rightarrow h(t)$.

综上, 任意激励 $f(t)$ 下的零状态响应 $y(t) = \int_0^t f(\tau) h(t-\tau) d\tau$

下面说明单位冲激响应 $h(t)$ 的求法:

定义: 单位冲激函数的极限: $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$, $\delta(t) = 0$ ($t \neq 0$ 时)

某延迟: $\delta(t-t_0) = 0$ ($t \neq t_0$), $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0) dt = 1$.

而 $k\delta(t-t_0)$ 则表示 t_0 时刻, 强度为 k 的一个冲激函数

性质: (1) $\int_{-\infty}^t \delta(\xi-t_0) d\xi = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases} = \varepsilon(t-t_0)$ 单位阶跃函数

故 $\frac{d}{dt} \varepsilon(t-t_0) = \delta(t-t_0)$.

(2) 筛选性: $f(t) \cdot \delta(t-t_0) = f(t_0) \delta(t-t_0)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t-t_0) dt = f(t_0) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0) dt = f(t_0)$$

响应: (1) 利用定义求 $h(t)$, 若激励为 $\delta(t-t_0)$, 则分 $t_0^- \sim t_0^+$, $t_0^+ \sim +\infty$ 两阶段来求零状态响应.

(2) 利用性质, 由 $\frac{d}{dt} \varepsilon(t-t_0) = \delta(t-t_0)$ 求.

设单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 对应的零状态响应 (单位阶跃响应) 为 $s(t)$, 由于零状态线性, $\frac{\varepsilon(t)}{\Delta}$ 的零状态响应为 $\frac{s(t)}{\Delta}$;

$\frac{\varepsilon(t-\Delta)}{\Delta}$ 的零状态响应为 $\frac{s(t-\Delta)}{\Delta}$, 易见.

$$h(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} [s(t) - s(t-\Delta)] = \frac{d}{dt} s(t)$$

$$(\text{已知: } \delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\Delta)] = \frac{d}{dt} \varepsilon(t))$$

而单位阶跃的响应易求: $A\varepsilon(t-t_0) \Rightarrow A s(t-t_0)$.

至此, 由零状态响应和零输入响应的叠加可求得任意激励下的全响应.

4. 状态变量法

① 状态方程

$$\dot{\vec{X}} = A\vec{X} + B\vec{V}$$

\vec{X} : 状态变量, 各自独立的 u_c, i_c .

$\dot{\vec{X}}$: 状态变量的一阶导 $\frac{du_c}{dt} \sim i_c; \frac{di_c}{dt} \sim u_c$.

\vec{V} : 所有激励 $u_s, i_s \dots$

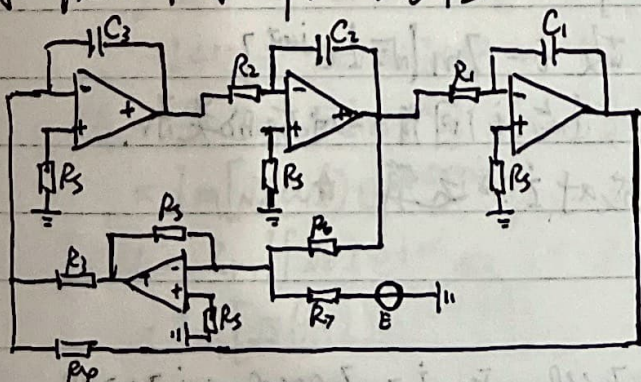
1) 既可对线性网络, 也可对非线性网络列写状态方程.

2) 类似有输出方程 $\vec{Y} = C\vec{X} + D\vec{V}$, 其中 \vec{Y} 为输出量的列向量.

3) 根据叠加原理, 将 C 用 \ominus 替代, L 用 $\ominus L$ 替代, 得到一个有 n (状态量) + m (独立源) 的新电路, 求出各电源 $(m+n)$ 个单独作用下的 i_c, u_c , 并叠加起来, 除以相应的 C 或 L , 得到 $\dot{\vec{X}}$, 进而并列得到 $\dot{\vec{X}} = A\vec{X} + B\vec{V}$ 方程组.

② 解法: 特征值法、Laplace 变换方法.

5. 例: 模拟机求解微分方程.



$$\ddot{y} + ay + by = cE$$

七. 正弦激励下动态电路的稳态分析.

1. 分析的基础 (正弦三要素、功率) 和例子

理论上, 求解非齐次微分方程可解决正弦激励下的响应问题, 但通过相量法, 使对微分方程的求解化为了代数方程的求解, 简化了正弦激励下响应的求解, 同时, 功率的计算也相应简化. 在利用傅里叶级数后, 任意非正弦周期性激励下动态电路的稳态响应及功率都变得好求.

正弦激励: $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ 有效值 $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.

对其求导、积分、同频率相加减的结果都是同频率正弦量. 故线性电路中各电压、电流都是同频率正弦量 (都是通过上述运算得到).

故分析正弦稳态电路时, 对于正弦三要素, 可先不考虑频率, 只考虑幅值和初相位.

$$\because e^{j(\omega t + \varphi)} = \cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\therefore \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re} e^{j(\omega t + \varphi)} \quad \sin(\omega t + \varphi) = \operatorname{Im} e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$\begin{aligned} \therefore i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) &= I_m \operatorname{Im} [e^{j(\omega t + \varphi_i)}] = \operatorname{Im} [I_m e^{j(\omega t + \varphi_i)}] \\ &= \operatorname{Im} [\sqrt{2} I e^{j\varphi_i} \cdot e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

$$\text{令 } \dot{i} = I e^{j\varphi_i} \stackrel{\text{form}}{=} I \angle \varphi_i, \text{ 故 } i = \operatorname{Im} [\sqrt{2} \dot{i} e^{j\omega t}]$$

在确定的频率 ω 下, i 与 \dot{i} 间有一一对应的关系.

$\therefore i$ 的运算可以转化成对 \dot{i} 的运算 \star

① \dot{i} 的表示

\dot{i} 有两种表示法: $\dot{i} = I \angle \varphi_i$ 和 $\dot{i} = I \cos \varphi_i + j I \sin \varphi_i$

其中 $I > 0$, $\varphi_i \in [-\pi, \pi]$, 如用 \dot{i} 表示一相量, 从而唯一代表一正弦量.

② 相量图

由于 i 是复数，故可在复平面上唯一地画出 i 。同时，由于旋转因子 $e^{j\omega t}$ 的存在，相量（同一正弦稳态电路中的）在复平面上都是以 ω 逆时针旋转的，不过相对位置不变，故 $e^{j\omega t}$ 不影响对 i 的运算及 i 还原成正弦量的过程。

③ i 的运算

1) 对 $i = I \angle \varphi_i = I \cos \varphi_i + j I \sin \varphi_i$ 的加减乘除遵循复数的运算规律。

2) 对 $i = I \angle \varphi_i$ 的加减不甚方便，但乘除极简。

$$I_1 \cdot I_2 = I_1 \angle \varphi_1 \cdot I_2 \angle \varphi_2 = I_1 I_2 \angle (\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$I_1 / I_2 = I_1 \angle \varphi_1 / I_2 \angle \varphi_2 = I_1 / I_2 \angle (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\begin{aligned} \text{证明: } I_1 \cdot I_2 &= (I_1 \cos \varphi_1 + j I_1 \sin \varphi_1)(I_2 \cos \varphi_2 + j I_2 \sin \varphi_2) \\ &= I_1 I_2 [\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + j(\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2)] \end{aligned}$$

$$= I_1 I_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

$$I_1 / I_2 = I_1 / I_2 \cdot (\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1)(\cos \varphi_2 - j \sin \varphi_2) / 1$$

$$= I_1 / I_2 [\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + j(\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \cos \varphi_1 \sin \varphi_2)]$$

$$= I_1 / I_2 [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

$$\text{特例: } j \cdot I \angle \varphi = I \angle 90^\circ \cdot I \angle \varphi = I \angle (\varphi + 90^\circ)$$

$$-j \cdot I \angle \varphi = I \angle -90^\circ \cdot I \angle \varphi = I \angle (\varphi - 90^\circ)$$

$$-I \angle \varphi = I \angle 180^\circ \cdot I \angle \varphi = I \angle (\varphi + 180^\circ)$$

$$\begin{aligned} \text{求导: } \frac{di}{dt} &= \frac{d}{dt} \text{Im}[\sqrt{2} i e^{j\omega t}] = \text{Im}\left[\frac{d}{dt}(\sqrt{2} i e^{j\omega t})\right] = \text{Im}[\sqrt{2} j \omega i e^{j\omega t}] \\ &= \text{Im}[\sqrt{2} (\omega i) e^{j(\omega t + 90^\circ)}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{积分: } \int i dt &= \text{Im}\left[\int \sqrt{2} i e^{j\omega t} dt\right] = \text{Im}\left[\sqrt{2} \frac{1}{j\omega} i e^{j\omega t}\right] \\ &= \text{Im}\left[\sqrt{2} \left(\frac{1}{\omega} i\right) e^{j(\omega t - 90^\circ)}\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{取模: } |(a+jb)(c+jd)| &= |ac-bd + j(ad+bc)| = \sqrt{(ac-bd)^2 + (ad+bc)^2} \\ &= \sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} = |a+jb| |c+jd| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{a+jb}{c+jd} \right| &= \left| \frac{(a+jb)(c-jd)}{c^2+d^2} \right| = \frac{1}{c^2+d^2} \sqrt{(ac+bd)^2 + (bc-ad)^2} \\ &= \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{c^2+d^2}} = \frac{|a+jb|}{|c+jd|} \end{aligned}$$

④ 元件约束

电阻: $u = Ri$

电容: $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi) \quad \therefore i = C \frac{du}{dt} = \sqrt{2}\omega CU \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$

$\therefore i = j\omega C u, \quad u = j(-\frac{1}{\omega C})i$

X_C 容抗: $-\frac{1}{\omega C}, B_C$ 容纳: ωC .

电感: $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi) \quad \therefore u = L \frac{di}{dt} = \sqrt{2}\omega LI \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$

$\therefore u = j\omega L i, \quad i = j(-\frac{1}{\omega L})u$

X_L 感抗: $\omega L, B_L$ 感纳: $-\frac{1}{\omega L}$.

由以上推导, 易归纳出, 正弦稳态下的一端口网必有 Z , 使

$$Z = \frac{u}{i} = \frac{U}{I} \angle(\varphi_u - \varphi_i) = |Z| \angle \varphi = R + jX$$

R 为电阻, X 为电抗 $\in \{X_L, X_C\}$, Z 为阻抗. 在直流线性电路下相当于电阻. 至此, 在数学上, 直流线性电阻电路与正弦稳态线性电路已完全一致, 由基尔霍夫导出的一切定律在正弦稳态中皆以复数形式存在且可用.

⑤ 功率

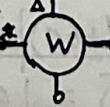
一般地, $p(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u) \times \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i)$

$$= UI \cdot 2 \sin(\omega t + \varphi_u) \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$= UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) - UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

$$= UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) \quad \text{这是无源一端口瞬时功率}$$

平均功率: $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos \varphi$ 只是电阻消耗功率, 也叫有功功率.

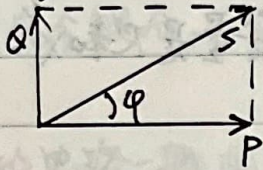
功率表  测的就是有功功率. *测电流(有效值),

Δ 测电压有效值, $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ 为功率因数角.

无功功率: $Q = UI \sin \varphi$ (var)

表示一端口与外电路能量交换的功率,是C、L引起的。

视在功率: $S = UI$ V·A

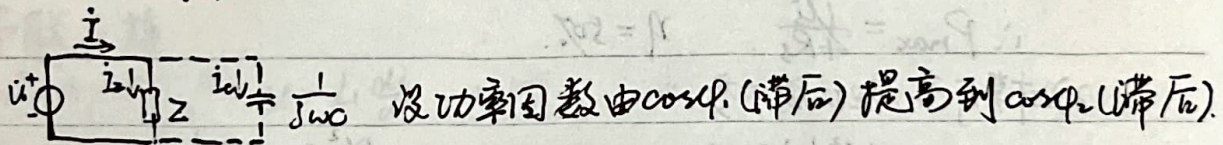


当 R 恒为正值时, $\varphi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

感性: $\varphi > 0$: 滞后的功率因数

容性: $\varphi < 0$: 超前的功率因数

实际用电设备中多为感性负载,功率因数滞后,需在感性负载上并联电容提高负载整体的功率因数,提高电源利用率。



∵ 并联电容对有功功率无影响 ∴ $UI_2 \cos \varphi_1 = UI \cos \varphi_2 = P$.

$$\therefore I_2 = \frac{P}{U \cos \varphi_1}, \quad I = \frac{P}{U \cos \varphi_2}$$

$$\therefore i_c = i - I_2 = I \cos \varphi_2 + j I \sin \varphi_2 - I_2 \cos \varphi_1 - j I_2 \sin \varphi_1$$

$$= I \cos \varphi_2 - I_2 \cos \varphi_1 + j (I \sin \varphi_2 - I_2 \sin \varphi_1)$$

$$\therefore I_c = \sqrt{(I \cos \varphi_2 - I_2 \cos \varphi_1)^2 + (I \sin \varphi_2 - I_2 \sin \varphi_1)^2}$$

$$= \sqrt{I^2 + I_2^2 - 2 I I_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$= \frac{P}{U} \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \varphi_1} + \frac{1}{\cos^2 \varphi_2} - \frac{2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}}$$

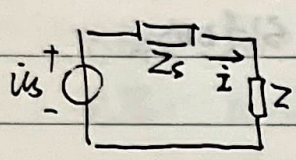
$$= \frac{P}{U} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) = \omega C U$$

$$\therefore C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) \quad \text{这就是使功率因数由 } \cos \varphi_1 \text{ 升至 } \cos \varphi_2 \text{ 的补偿电容}$$

总结: 功率可用一复数表示为 $\bar{S} = U i^* = (U \cos \varphi_2 + j U \sin \varphi_2)(I \cos \varphi_1 - j I \sin \varphi_1)$

$$= U I \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + j U I \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = U I \cos \varphi + j U I \sin \varphi = P + j Q \quad \text{var V·A}$$

最大功率传输: 负载阻抗从给定电源中获得最大有功功率的条件.



$$i = \frac{U_s}{Z_s + Z} = \frac{U_s}{(R_s + R) + j(X_s + X)} \quad \therefore |i| = \frac{U_s}{\sqrt{(R_s + R)^2 + (X_s + X)^2}}$$

$$\therefore P = i^2 R = \frac{U_s^2 R}{(R + R_s)^2 + (X + X_s)^2} \quad \text{变量是 } R \text{ 和 } X, R > 0.$$

1) 只有Z的虚部可变.

易得 $X + X_s = 0$ 即 $X = -X_s$ 时, $P_{max} = \frac{U_s^2 R}{(R + R_s)^2}$.

2) R与X皆可变

$$\because P > 0, \therefore X + X_s = 0 \text{ 时 } P \text{ 可能达到最大, } \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{U_s^2 R}{(R + R_s)^2} \right] = 0 \quad \therefore R = R_s$$

$\therefore Z = Z_s^*$ (共轭)

$$\therefore P_{max} = \frac{U_s^2}{4R_s} \quad \eta = 50\%$$

3) Z实部可变, 阻抗角不变.

$$P = \frac{U_s^2 |Z| \cos\phi}{(|Z| \cos\phi + R_s)^2 + (|Z| \sin\phi + X_s)^2} = \frac{U_s^2 \cos\phi |Z|}{|Z|^2 + 2(R_s \cos\phi + X_s \sin\phi)|Z| + R_s^2 + X_s^2}$$
$$= \frac{U_s^2 \cos\phi}{|Z| + \frac{R_s^2 + X_s^2}{|Z|} + 2(R_s \cos\phi + X_s \sin\phi)} \leq \frac{U_s^2 \cos\phi}{2\sqrt{R_s^2 + X_s^2} + 2(R_s \cos\phi + X_s \sin\phi)}$$

$$\text{此时 } |Z| = \sqrt{R_s^2 + X_s^2}.$$

⑥ 例子 — 互感·变压器.

- 1) 右手螺旋法则确定电流产生的磁链方向及彼此交链的情况
- 2) 引入同名端判定互感磁通是否相互加强, 需线圈间两端确定, 无逆磁性
- 3) 是故 电流参考方向若从同名端流入则另一线圈上互感电压参考方向从同名端指向非同名端, 大小为 $M \frac{di_1}{dt}$, 反之亦然.

耦合系数k: 两个有互感的线圈相互间耦合的强弱 $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$.

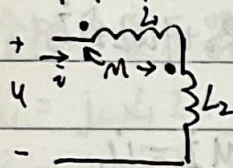
$$\therefore k^2 = \frac{M^2}{L_1 L_2} = \frac{M^2 \dot{i}_1 \dot{i}_2}{L_1 i_1 L_2 i_2} = \frac{N_2 \Phi_{21} N_1 \Phi_{12}}{N_1 \Phi_{11} N_2 \Phi_{22}} = \frac{\Phi_{21} \Phi_{12}}{\Phi_{11} \Phi_{22}}$$

线圈1中产生自感磁通 ϕ_{11} ，交链线圈2的互感磁通 ϕ_{21} $\phi_{11} = \phi_{21} + \phi_{s1}$
 ϕ_{s1} 是线圈1链过自身的“漏磁通”。故 $\phi_{11} \geq \phi_{21}$ 同理 $\phi_{22} \geq \phi_{12}$ 。

$\therefore 0 \leq k \leq 1$ ，当 $\phi_{11} = \phi_{21}$ ， $\phi_{22} = \phi_{12}$ 即 $\phi_{s1} = \phi_{s2} = 0$ 时，没有漏磁通，两个互感线圈完全耦合， $k=1$ ， $M_{max} = \sqrt{L_1 L_2}$ 。

4) 含有耦合的电路一般用回路法分析。

eg 1.1 串联顺接

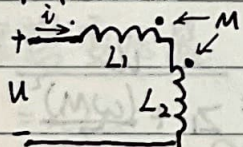


$$u = L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt}$$

$$= (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}$$

$$\therefore L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$

eg 1.2 串联反接



$$u = L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}$$

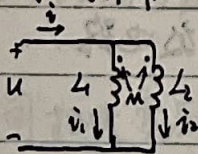
$$= (L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt}$$

$$\therefore L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$$

注：用此法测 L_1 、 L_2 的互感：正接一次反接一次分别测出等效电感 L_{eq1} 、 L_{eq2}

$$\therefore M = \frac{L_{eq1} - L_{eq2}}{4}$$

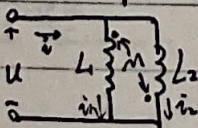
eg 2.1 同侧并联



$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad \text{且 } i = i_1 + i_2$$

$$\therefore u = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \frac{di}{dt}, \quad L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

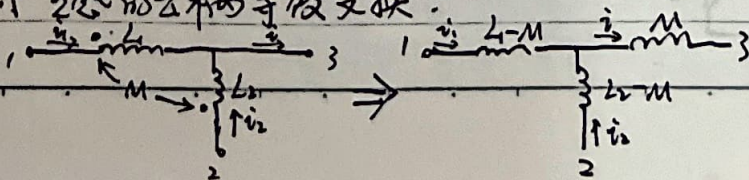
eg 2.2 异侧并联



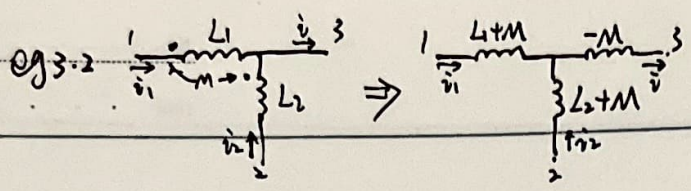
$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \quad \text{且 } i = i_1 + i_2$$

$$\therefore u = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \frac{di}{dt}, \quad L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

eg 3.1 互感的去耦等效变换



$$\begin{cases} u_{13} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_3}{dt} = (L_1 - M) \frac{di_1}{dt} + M \frac{di}{dt} \\ u_{23} = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_3}{dt} = (L_2 - M) \frac{di_2}{dt} + M \frac{di}{dt} \end{cases}$$

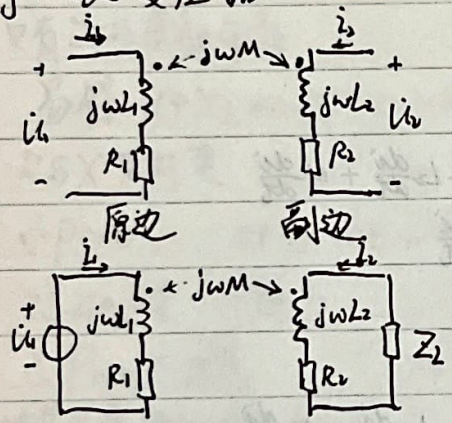


$$\begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = (L_1 + M) \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = (L_2 + M) \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

若两线圈间的耦合在“开式”不能直接消去时，需列回路方程求解。
有时，可通过加一根导线连接两不相连但有互感的电路造出公共端以便去耦。

5) 变压器 (H=μB)

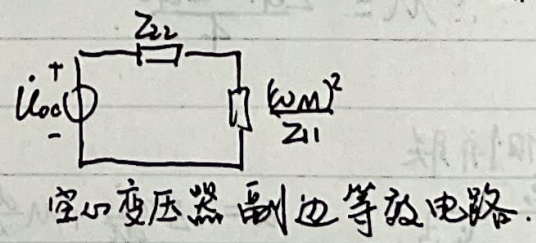
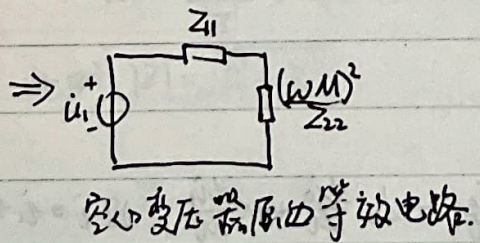
eg.1 空心变压器



$$\begin{cases} u_1 = (R_1 + j\omega L_1) i_1 + j\omega M i_2 \\ u_2 = j\omega M i_1 + (R_2 + j\omega L_2) i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (R_1 + j\omega L_1) i_1 + j\omega M i_2 = u_1 \\ j\omega M i_1 + (R_2 + j\omega L_2 + Z_2) i_2 = 0 \end{cases}$$

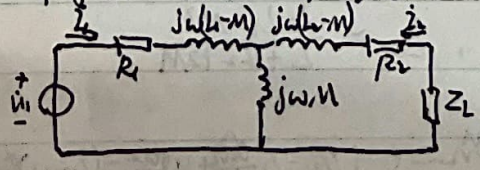
$$\Rightarrow \begin{cases} Z_{11} = R_1 + j\omega L_1 \text{ : 原边回路总阻抗} \\ Z_{22} = R_2 + j\omega L_2 + Z_2 \text{ : 副边回路总阻抗} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{u_1}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}} \\ i_2 = -\frac{j\omega M \frac{u_1}{Z_{11}}}{Z_{22} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}} \end{cases}$$



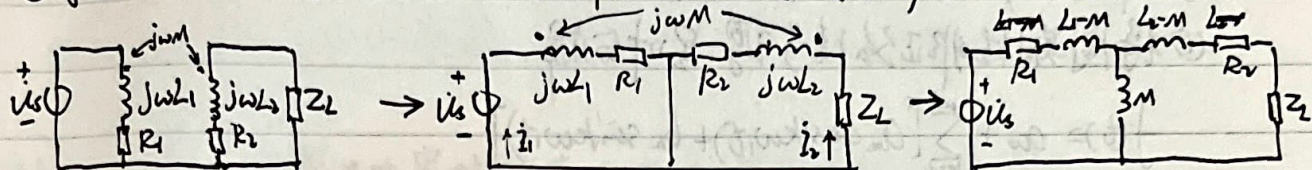
改写回路方程，得

$$\begin{cases} R_1 i_1 + j\omega(L_1 - M) i_1 + j\omega(Z_1 + Z_2) i_2 = u_1 \\ j\omega M (i_1 + i_2) + (R_2 + Z_2) i_2 + j\omega(L_2 - M) i_2 = 0 \end{cases}$$

得空心变压器T形等效电路：



也可通过加连一根公共端导线去耦的3支得到T形等效电路。



$$\begin{cases} R_1 i_1 + j\omega(L_1 - M) i_1 + j\omega(L_1 + i_2) M = u_1 \\ j\omega(L_1 + i_2) M + (R_2 + Z_L) i_2 + j\omega(L_2 - M) i_2 = 0 \end{cases}$$

eg. 2 全耦合变压器. ($k=1, M=\sqrt{L_1 L_2}, R_1=R_2=0$)

$$\begin{cases} u_1 = j\omega L_1 i_1 + j\omega \sqrt{L_1 L_2} i_2 \\ u_2 = j\omega \sqrt{L_1 L_2} i_1 + j\omega L_2 i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{u_1}{u_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \triangleq n \\ i_1 = \frac{u_1}{j\omega L_1} - \frac{1}{n} i_2 \end{cases}$$

eg. 3 理想变压器 ($L_1, L_2, M \rightarrow \infty, \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = n, \text{全耦合}$)

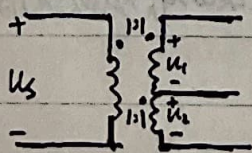
$$\begin{cases} u_1 = n u_2 \\ i_1 = -\frac{1}{n} i_2 \end{cases} \sim \begin{array}{c} \text{---} L_1 \text{---} \\ | \\ u_1 \\ | \\ \text{---} L_2 \text{---} \\ | \\ u_2 \\ | \\ Z_L \end{array} \sim p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = n u_2 \left(-\frac{1}{n} i_2\right) + u_2 i_2 = 0.$$

$$\sim T = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \text{互易.}$$

理想变压器从 u_1 看入的等效电阻 $Z_{eq} = \frac{u_1}{i_1} = n^2 \left(-\frac{u_2}{i_2}\right) = n^2 Z_L$.

可见, 理想变压器可看成压控电压源. 控制量 u_1 受控量 u_2 .

eg. 4. 中间抽头变压器



: 全波整流; 移相器; 二-四线转换.

2. 分析的推广 — 周期非正弦稳态

① 将周期性非正弦信号傅里叶分解

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)]$$

$$= a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sin(k\omega_1 t + \phi_k)$$

$$= a_0 + C_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \sum_{k=2}^{\infty} C_k \sin(k\omega_1 t + \phi_k)$$

\downarrow 直流分量(均值) \downarrow 基波($\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$) \downarrow k次谐波($k \geq 2$), 收敛.

② 有效值及平均(有功)功率的计算

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega_1 t + \phi_k) \quad (\omega_1 = \frac{2\pi}{T})$$

$$\therefore I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega_1 t + \phi_k)]^2 dt}$$

$$\text{由于 } \frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 dt = I_0^2, \quad \frac{1}{T} \int_0^T I_{km}^2 \sin^2(k\omega_1 t + \phi_k) dt = \frac{I_{km}^2}{2} = I_k^2$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T 2I_0 I_{km} \sin(k\omega_1 t + \phi_k) dt = \frac{1}{T} \int_0^T 2I_{km} \sin(k\omega_1 t + \phi_k) \cdot I_{km} \sin(k\omega_1 t + \phi_k) dt = 0$$

$$\therefore I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}, \quad I_0 \text{ 为直流分量, } I_k \text{ 为交流有效值, 对电压亦如此}$$

$$\text{而 } p = ui = [U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} U_k \sin(k\omega_1 t + \phi_{uk})] \cdot [I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} I_k \sin(k\omega_1 t + \phi_{ik})]$$

$$\therefore P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos(\phi_{uk} - \phi_{ik})$$

$$= U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \phi_k, \quad U_0 I_0 \text{ 为直流功率, } U_k I_k \cos \phi_k \text{ 为各次谐波平均功率}$$

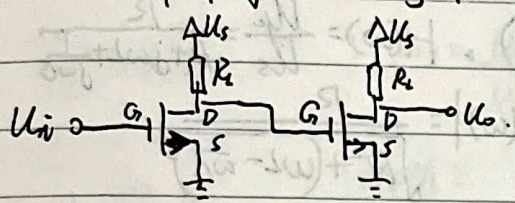
③ 周期非正弦激励下的稳态响应

将激励傅里叶分解后, 对每一项(直流、各频率的交流)求响应, 交流的响应用相量法, 将每项的响应还原成瞬时值表达式后根据叠加原理求和即得总的稳态响应, 其间注意某频率下电路某一块产生谐振而带来的简化运算的可能性.

3. 频率响应 → 谐振 → 滤波器.

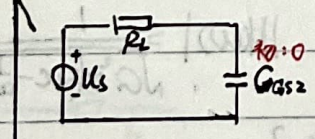
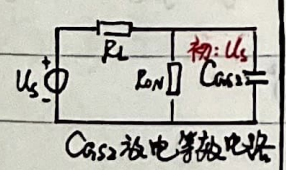
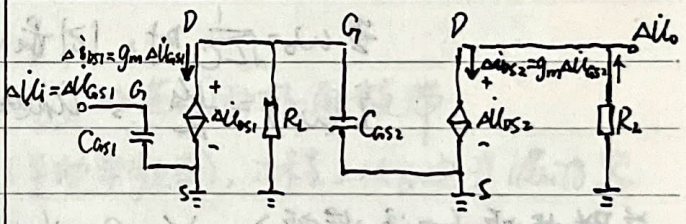
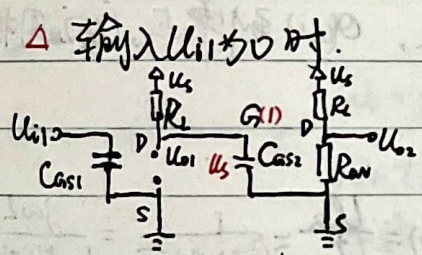
对动态元件, 端口的阻抗 (幅相) 是频率的函数.

例: MOSFET 中寄生电容对暂态响应和稳态响应的影响.



暂态响应 (矩形脉冲激励) 线性区

稳态响应 (小信号激励) 恒流区



$$\begin{cases} U_{o1}(0^+) = U_s \\ U_{o1}(\infty) \approx 0 \\ \tau = \frac{R_d R_{ov} C_{gd2}}{R_d + R_{ov}} \approx R_{ov} C_{gd2} \end{cases}$$

∴ $U_{o1}(t) \approx U_s e^{-\frac{t}{\tau}}$

令 $U_{o1}(t) = U_{o2}$, 解得

τ 延迟 = $\ln(U_s - U_{o2})$

$$\begin{cases} U_{o1}(0^+) \approx 0 \\ U_{o1}(\infty) = U_s \\ \tau = R_d C_{gd2} \end{cases}$$

∴ $U_{o1}(t) \approx U_s (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

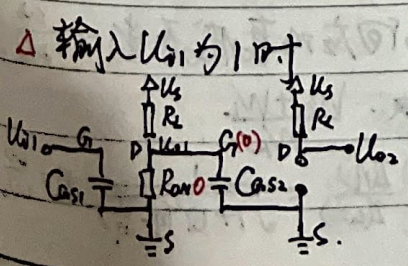
令 $U_{o1}(t) = U_{o2}$, 解得

τ 延迟 = $\tau (\ln U_s - \ln(U_s - U_{o2}))$

设激励为 $\Delta U_{i2} = \Delta U_{gs2}$, ΔU_{o2} 响应为 $\Delta U_{o2} = \Delta U_{ds2}$

则电压增益为

$$\begin{aligned} H &= \frac{\Delta U_{o2}}{\Delta U_{i2}} = \frac{\Delta U_{ds2}}{\Delta U_{gs2}} = \frac{-\Delta I_{ds2} R_d}{\Delta U_{gs2}} \\ &= \frac{-g_m \Delta U_{gs2} R_d}{\Delta U_{gs2}} = \frac{-g_m \Delta U_{ds1} R_d}{\Delta U_{gs1}} \\ \Delta U_{ds1} &= -\Delta I_{ds1} \frac{R_d}{1 + j\omega C_{gd2} R_d} \\ &= -\Delta I_{ds1} \frac{R_d}{1 + j\omega C_{gd2} R_d} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \therefore H &= \frac{g_m R_d}{\Delta U_{gs1}} \cdot \frac{R_d}{1 + j\omega C_{gd2} R_d} \cdot \Delta I_{ds1} \\ &= \frac{g_m R_d}{\Delta U_{gs1}} \cdot \frac{R_d}{1 + j\omega C_{gd2} R_d} \cdot g_m \Delta U_{gs1} = \frac{g_m^2 R_d^2}{1 + j\omega C_{gd2} R_d} \\ \therefore |H| &= \frac{g_m^2 R_d^2}{\sqrt{1 + (\omega C_{gd2} R_d)^2}} \end{aligned}$$

① LCR 谐振的分类、条件、等效阻抗和品质因数

网络函数 $H(\omega) = \frac{R}{Z}$ R : 正弦激励 在电路中某处产生的稳态响应。

串联谐振 (电压谐振): $Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$, $H(\omega) = \frac{U_R}{U_S} = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$

$$\therefore |Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}, \quad |H(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$\theta(\omega) = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} - \arctg \frac{R}{R} = \arctg \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$

当 $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ 时, $|Z|$ 最小, $|H(\omega)|$ 最大, $\theta(\omega)$ 到零点, U_R 与 U_S 同相。

$$i(\omega_0) = \frac{U_S}{R}, \quad U_R(\omega_0) = U_S$$

并联谐振 (电流谐振): $Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$, $H(\omega) = \frac{U_R}{I_S} = \frac{1}{G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega LG}$

$$\therefore |Y| = \sqrt{G^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}, \quad |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{G^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}}$$

$$\theta(\omega) = \arctg \left[(\omega C - \frac{1}{\omega L}) / G \right]$$

当 $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ 时, $|Y|$ 最小, $|H(\omega)|$ 最大, $\theta(\omega)$ 到零点, U_R 与 I_S 同相。

$$U(\omega_0) = I_S / G, \quad i_G(\omega_0) = I_S$$

并联谐振时, 阻抗 ∞ ; 串联谐振时, 阻抗 0。故并联谐振部分可看作开路, 而串联谐振部分则短路。并且, 串联谐振频率小于并联谐振频率 ($\omega_{ms} < \omega_{mp}$)。

品质因数: 1) 谐振时输出量的放大倍数, 二阶电路 ω 响应的衰减系数 $\alpha = \frac{\omega}{2Q}$ 。

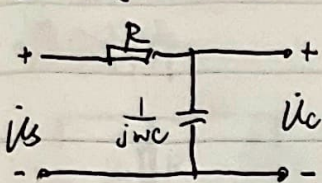
2) $\frac{\text{谐振时电路一周期储存的能量}}{\text{谐振时电路一周期消耗的能量}} = \frac{W_C + W_L}{W_R}$

3) 与电路的带通滤波特性即选择性有关: $\frac{|H(\omega)|}{|H(\omega_0)|} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}}, \quad \eta = \frac{\omega}{\omega_0}$

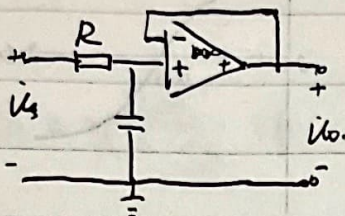
\Rightarrow 通用谐振频率特性曲线。

及通频带的左右限为 ω_1, ω_2 , $\eta_1 = \frac{\omega_1}{\omega_0}$, $\eta_2 = \frac{\omega_2}{\omega_0}$ 。易解得 $Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$, $Q \uparrow, \omega_2 - \omega_1 \downarrow$

② 低通滤波

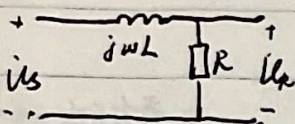


更稳定 \Rightarrow



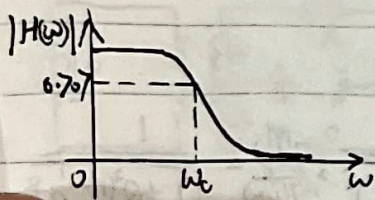
↑ 更易集成

$$H(\omega) = \frac{U_o}{U_s} = \frac{j\omega C}{R + j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$



$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

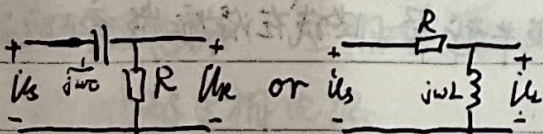
$$\theta(\omega) = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right) - \arctan\left(\frac{-1}{\omega RC}\right)$$



$\omega_c = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$ ，把 $0 \sim \omega_c$ 的范围称作通频带。

ω_c 称为截止频率(半功率频率)，工程上认为这是滤波器导通与截止的界限。

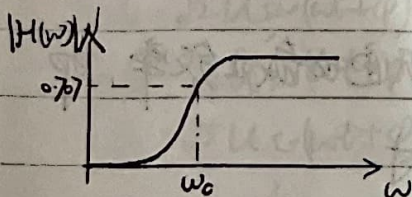
③ 高通滤波



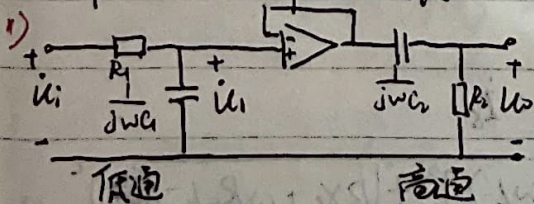
$$H(\omega) = \frac{U_o}{U_s} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 - j\frac{R}{\omega L}}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2}}$$

当 $|H(\omega)| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时， $\omega_c = \frac{R}{L}$ 。



④ 带通滤波. 带阻滤波.

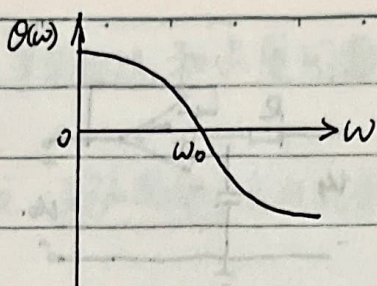
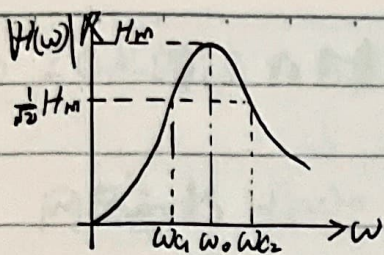


高通的截止频率小于低通的截止频率，即

$$\frac{1}{R_2 C_2} < \frac{1}{R_1 C_1}$$

只有 $\frac{1}{R_1 C_1} - \frac{1}{R_2 C_2}$ 是通频带，故曰带通。

$$H(\omega) = \frac{U_o}{U_i} = \frac{U_o}{U_1} \times \frac{U_1}{U_i} = \frac{j\omega C_2 R_2}{1 + j\omega C_2 R_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} = \frac{j\omega C_2 R_2}{1 - \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + j\omega(C_1 R_1 + C_2 R_2)}$$



2) RLC 谐振电路构成的带通滤波器

$$H(w) = \frac{U_R}{U_S} = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega CR}{1 - \omega^2 LC + j\omega CR}$$

$$|H(w)| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad \phi(w) = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

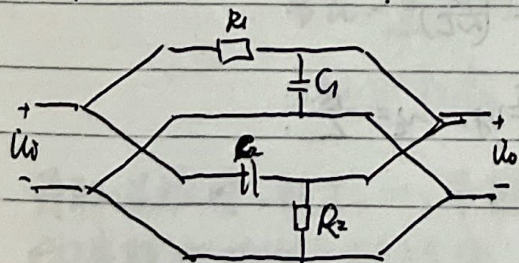
$$I(w) = \frac{U}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{I(w_0)}{1 + j(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR})}$$

$$|I(w)| = \frac{I(w_0)}{\sqrt{1 + (\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR})^2}}, \quad I(\frac{w_0}{Q}) = \frac{I(w_0)}{\sqrt{1 + (\frac{w_0 L}{R} \cdot \frac{w}{w_0} - \frac{1}{w_0 CR} \cdot \frac{w_0}{w})^2}} \xrightarrow{Q} = \frac{I(w_0)}{\sqrt{1 + Q^2(\eta - \frac{1}{\eta})^2}}$$

令 $\frac{I(\eta)}{I(w_0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 解得 $\eta_1 = -\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}$, $\eta_2 = \frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}$.

$\therefore Q = \frac{1}{\eta_2 - \eta_1} = \frac{w_0}{w_2 - w_1}$. Q 越大, 通频带越窄, 曲线在谐振频率附近越尖

3) 带阻滤波器

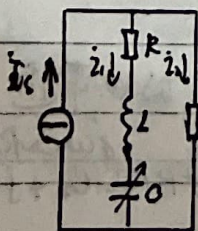


高通的截止频率大于低通的截止频率, 即

$$\frac{1}{R_2 C_2} > \frac{1}{R_1 C_1} \text{ 时}$$

$(\frac{1}{R_2 C_2} - \frac{1}{R_1 C_1})$ 频段阻断.

4) RLC 谐振电路构成的带阻滤波器

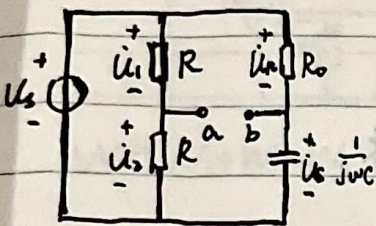


$$U_2 = Z_2 \cdot \frac{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}{Z_2 + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \cdot I_s$$

$$|U_2| = \frac{[R_2 R + X_L(\frac{1}{\omega C} - \omega L)]^2 + (R X_C + \omega R L - \frac{R_2}{\omega C})^2}{(R_2 + R)^2 + (X_C + \omega L - \frac{1}{\omega C})^2} I_s$$

① 全通滤波

移相桥 1:

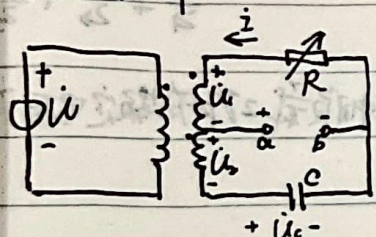


$$U_c = \frac{j\omega C}{R_0 + \frac{1}{j\omega C}} U_s = \frac{1}{1 + j\omega C R_0} U_s$$

$$U_{ab} = U_s - U_c = \frac{1}{2} U_s - \frac{1}{1 + j\omega C R_0} U_s = \frac{j\omega C R_0 - 1}{2(1 + j\omega C R_0)} U_s$$

$$\therefore H(\omega) = \frac{U_{ab}}{U_s} = \frac{j\omega C R_0 - 1}{2(1 + j\omega C R_0)} \quad |H(\omega)| = 0.5, \varphi(\omega) = \pi - 2 \arctan(\omega C R_0)$$

移相桥 2:



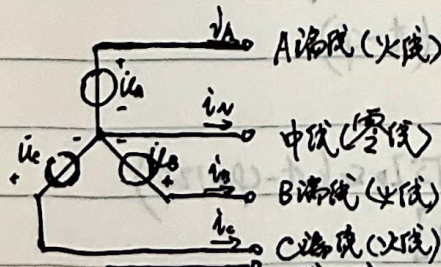
$$\begin{cases} U_{ab} + U_1 + iR = 0 \\ U_{ab} = U_2 + i \frac{1}{j\omega C} \\ i = U_1 = U_2 \end{cases} \Rightarrow H(\omega) = \frac{U_{ab}}{U_s} = \frac{1 + \frac{j}{\omega C R}}{1 - \frac{j}{\omega C R}}$$

$$\therefore |H(\omega)| = 1, \varphi(\omega) = \arctan(2\omega C R)$$

4. 三相电路: 三相电源、三相负载、三相输电线。

① 对称三相电路。

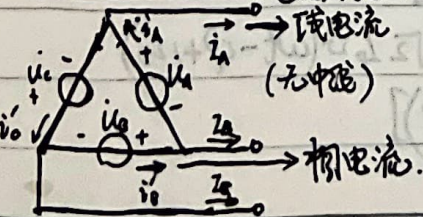
$$\begin{cases} U_A = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi) \\ U_B = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi - 120^\circ) \\ U_C = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi + 120^\circ) \end{cases} \quad \left. \begin{aligned} U_A + U_B + U_C = 0 \\ i_A + i_B + i_C = 0 \end{aligned} \right\}$$



相电压 } 线电压

$$U_{AB} = U_A - U_B = U_A - U_A \angle -120^\circ = \sqrt{3} U_A \angle 30^\circ$$

$$i_A + i_B + i_C = 0 \Rightarrow i_N = 0$$



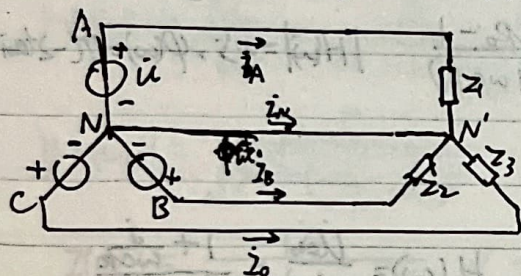
$$i_A = i_{ab} - i_{ca} = \sqrt{3} i_{ab} \angle -30^\circ$$

$$U_{AB} = U_A, U_{BC} = U_B, U_{CA} = U_C$$

对于 Δ 连接的阻抗, 可转化成 Y 连接, 当电源亦为 Y 连接时, 可用单相法进行分析。

② 不对称三相电路.

实际电力系统中, 电源不对称较少, 多是负载不对称.



中线存在时, $U_{Zi} = U \quad i=1, 2, 3$.

中线不存在时, 中点位移电压 $U_{N'N} = \frac{U_{A0} + U_{B0} + U_{C0}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$

\therefore 实际电网中, 中线保证了各相负载工作在额定电压下

③ 三相电路功率.

单相有功功率: $U_p I_p \cos\varphi = P_p$ U_p, I_p 是相电压、相电流

对于 Y 形联接: $U_p = \frac{U_l}{\sqrt{3}}, I_p = I_l$

对于 Δ 形联接: $U_p = U_l, I_p = \frac{I_l}{\sqrt{3}}$

\therefore 三相总功率 $P = 3U_p I_p \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$

无功功率 $Q = 3U_p I_p \sin\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \sin\varphi$

视在功率 $S = 3U_p I_p = \sqrt{3} U_l I_l$

设 $u_{AN} = \sqrt{2} U_p \sin \omega t, i_A = \sqrt{2} I_p \sin(\omega t + \varphi)$, 三相瞬时功率为

$$P_A = u_{AN} i_A = \sqrt{2} U_p \sin \omega t \cdot \sqrt{2} I_p \sin(\omega t + \varphi)$$

$$= U_p I_p [\cos\varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$P_B = u_{BN} i_B = \sqrt{2} U_p \sin(\omega t - 120^\circ) \cdot \sqrt{2} I_p \sin(\omega t + \varphi - 120^\circ)$$

$$= U_p I_p [\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi - 240^\circ)]$$

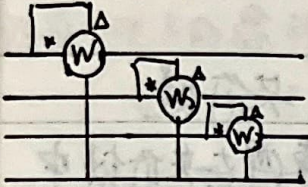
$$P_C = u_{CN} i_C = \sqrt{2} U_p \sin(\omega t + 120^\circ) \cdot \sqrt{2} I_p \sin(\omega t + \varphi + 120^\circ)$$

$$= U_p I_p [\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi + 240^\circ)]$$

$$P = P_A + P_B + P_C = 3U_p I_p \cos\varphi \Rightarrow \text{电机转动平稳.}$$

三相电路功率

三相四线制

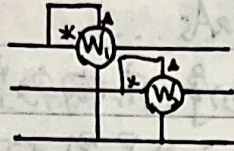


$$W = W_1 + W_2 + W_3$$

$$= U_{AN} i_A + U_{BN} i_B + U_{CN} (-i_A - i_B) = (U_{AN} - U_{CN}) i_A + (U_{BN} - U_{CN}) i_B$$

$$= U_{AC} i_A + U_{BC} i_B \quad \therefore W = \bar{P} = U_{AC} I_A \cos \phi_1 + U_{BC} I_B \cos \phi_2$$

三相三线制



$$i_A + i_B + i_C = 0$$

$$\therefore i_C = -i_A - i_B$$

$$\therefore P = U_{AN} i_A + U_{BN} i_B + U_{CN} i_C$$

$$W = \bar{P} = U_{AC} I_A \cos \phi_1 + U_{BC} I_B \cos \phi_2$$

半导体器件基础

~~半导体二极管与双极型晶体管~~

1. 半导体: Si, Ge, GaAs...

本征半导体: ① 完全纯净、结构完整的半导体。共价键。

② $T=0K$ 、无外界影响下, 价电子被束缚在共价键中。

③ 温度升高、光线照射下价电子部分成为自由电子, 留下键中相同数量的空位 \rightarrow 本征激发。

④ 自由电子不断地挣脱与填补使空穴看上去形成了空穴电流, 与电子移动方向相反。

$$n_i = p_i \quad (\text{本征半导体中电子浓度} = \text{空穴浓度})$$

⑤ 温度升高时, 本征激发增强, 载流子数目增多, 随浓度增加, 电子-空穴对产生与复合达到动态平衡。

$$n_i = p_i = A \cdot T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

杂质半导体:

N型

P型

掺入五价元素

掺入三价元素

P, As, Sb

B, Al, In

室温下施主杂质几乎全电离

室温下受主杂质几乎全电离。

多子: 自由电子

多子: 空穴

少子: 空穴

少子: 自由电子。

$$n_0 = N_D + p_0 \approx N_D$$

$$p_0 = N_A + n_0 \approx N_A$$

设自由电子浓度 n_0 , 空穴浓度 p_0 . $n_0 p_0 = n_i^2$

多子温度敏感性差, 少子温度敏感性高, 一定温度下少子浓度会与多子相近, 半导体器件将不能正常工作

2.4 载流子的漂移运动

设自由电子的漂移速度为 v_n ，空穴的漂移速度为 v_p ，均强 E ，

$$\begin{cases} v_n = -\mu_n E: & \mu_n \text{ 电子迁移率} \\ v_p = \mu_p E: & \mu_p \text{ 空穴迁移率} \end{cases}$$

掺杂浓度 \uparrow ，迁移率 \downarrow ；温度 \uparrow ，迁移率 \downarrow ； $\mu_n > \mu_p$ 。

$$\begin{aligned} I &= I_n + I_p = qS(-n v_n + p v_p) = qS(n \mu_n E + p \mu_p E) \\ &= q \cdot \frac{S \cdot V}{L} (n \mu_n + p \mu_p) \quad q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \end{aligned}$$

$$\therefore R = \frac{V}{I} = \rho \frac{L}{S} = \frac{L}{S} \cdot \frac{1}{q(n \mu_n + p \mu_p)}$$

$$\therefore \sigma = q(n \mu_n + p \mu_p)$$

对于杂质半导体， σ 主要决定于多子浓度，故温度系数是负的。

对于本征半导体，温度升高，迁移率略降，载流子浓度剧增，电子率 \uparrow

△ 载流子的扩散运动

半导体内某区域受光照或被注入载流子 \rightarrow 载流子浓度增高

\rightarrow 发生扩散运动 \rightarrow 产生扩散电流

$$\begin{cases} I_n = qSD_n \frac{dn(x)}{dx} \\ I_p = -qSD_p \frac{dp(x)}{dx} \end{cases} \quad \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q}$$

3. PN结:

Positive & Negative 相遇时，P区空穴(多子) \rightarrow N区空穴(少子)，...

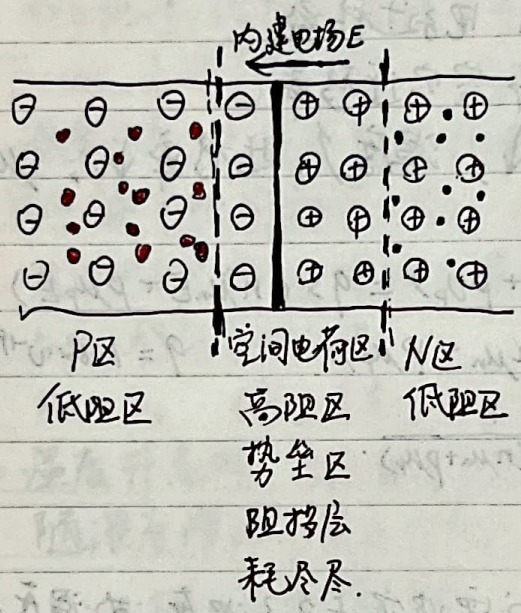
\rightarrow 空穴由P至N与电子复合；电子由N至P与空穴复合 \rightarrow 交界面两边

P侧空穴与N侧电子成对消失 \rightarrow P侧留下固定负离子，N侧留下固定正离子

\rightarrow 交界面两侧形成空间电荷区，正负电荷分离 \rightarrow 产生由N到P的

内建电场 \rightarrow 阻止载流子的进一步扩散运动，促使N区少子(空穴)向P。

P区少子(电子)向N的漂移运动 → 因浓度差而产生的扩散运动与
因内建电场而产生的漂移运动达到动态平衡, 空间电荷区总电流为零。



接触电势差: $V_\phi = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$ 温度电压当量 $V_T = \frac{kT}{q} \approx 26\text{mV} (300\text{K})$
 V_ϕ 有负温度系数。

势垒区宽度: $W_0 = W_n + W_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q} V_\phi \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$ $\frac{W_n}{W_p} = \frac{N_A}{N_D}$
 W_0 有负温度系数。

由上两式得:

$$\left\{ \begin{aligned} W_n &= N_A \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q} \frac{V_\phi}{N_A N_D (N_A + N_D)}} \\ W_p &= N_D \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q} \frac{V_\phi}{N_A N_D (N_A + N_D)}} \end{aligned} \right\} \text{负温度系数}$$

$$\left\{ \begin{aligned} Q_- &= -q S W_p N_A \\ Q_+ &= q S W_n N_D = q S W_p N_A \end{aligned} \right\} \text{负温度系数}$$

PN^+ 结: $W_n \ll W_p \quad (N_D \gg N_A)$

P^+N 结: $W_n \gg W_p \quad (N_D \ll N_A)$

△ PN结的伏安特性:

① 正向特性: Positive 接+, Negative 接-.

由于引线电阻和中性区半导体电阻很小, 故外加电压几乎全加在空间电荷区上, 与接触电势差方向相反 \rightarrow 势垒区电势差减小, 内建电场与外加电场的合成电场 E 减小 $\rightarrow W_n, W_p, Q$ 都减小.

\rightarrow 扩散运动加强, P区空穴扩散到N区成为电子, 并与N区电子复合...
 \rightarrow 动态平衡 (扩散运动 \sim 漂移运动)

设势垒区电势差由 V_p 减至 $V_p - V_f$, 则

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{在空间电荷区P侧 } (x = -W_p): n_p(W_p) = n_{p0} e^{V_f/V_T} \\ \text{在空间电荷区N侧 } (x = W_n): p_n(W_n) = p_{n0} e^{V_f/V_T} \end{array} \right.$$

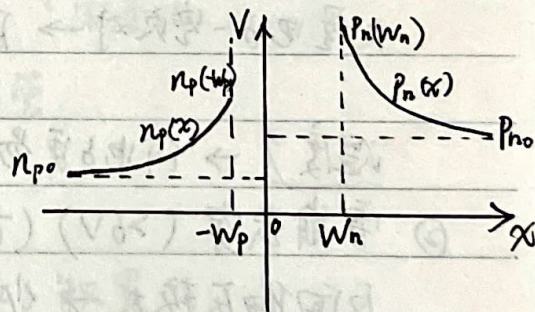
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{在中性区P侧 } (x = -W_p): n_p(-W_p) = n_{p0} \\ \text{在中性区N侧 } (x = W_n): p_n(W_n) = p_{n0} \end{array} \right.$$

且 n_p, p_n 在中性区的分布分别为:

$$n_p(x) = [n_p(W_p) - n_{p0}] e^{-\frac{x+W_p}{L_n}} + n_{p0}$$

$$p_n(x) = [p_n(W_n) - p_{n0}] e^{-\frac{x-W_n}{L_p}} + p_{n0}$$

其中 L_n, L_p 为电子和空穴的平均扩散长度.



② 反向特性: Positive 接+, Negative 接-.

... 势垒区电势差增大, 合成电场增强 $\rightarrow W_n, W_p, Q$ 都增大.

\rightarrow 进一步阻碍扩散运动, 加强漂移运动, P区电子(空穴)漂移到N区

N区电子(空穴)漂移至P区, 电源向N区补充空穴, 向P区补充电子

\rightarrow 形成闭合回路, 产生反向电流 \rightarrow 少数载流子浓度小, 反向电流小

\rightarrow 反向偏压时近似于截止

温度 上升 \rightarrow 少数载流子浓度增大 \rightarrow 反向电流增大 \rightarrow 反向饱和电流 I_s 增大

$$I = I_s (e^{\frac{V}{V_T}} - 1) \left\{ \begin{array}{l} \text{正向偏压: } V \gg V_T, I \approx I_s e^{\frac{V}{V_T}} \\ \text{反向偏压: } |V| \gg V_T, I \approx -I_s \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{适用于正向电流较小} \\ \text{及反向电压不大时:} \end{array} \right\}$$

△ PN结的温度特性: $(I = I_s(e^{\frac{U}{kT}} - 1))$

$$I_s = \frac{kT}{q}$$

I_s : 温度 $\uparrow \rightarrow$ 少数浓度 $\uparrow \rightarrow I_s \uparrow$: 每升高 10°C , I_s 约增大一倍

\therefore PN结两端电压不变, 温度升高则正向电流加大, $I-U$ 正向线左移.

$I-U$ 反向线下移 (I_s 增大).

△ PN结的反向击穿特性.

反向击穿电压 $V_{(BR)}$ 是 PN 结反向工作的一个限制条件. 在击穿区, 反向电流变化很大, 电压变化很小, 利用此特性可制成稳压二极管.

① 齐纳击穿 ($< 6\text{V}$) (掺杂浓度高, 空间电荷区窄).

反向偏压很大 \rightarrow 价电子电离, 共价键破坏 \rightarrow 空间电荷区产生大量电子-空穴对 \rightarrow 反向电流剧增 \rightarrow 场致击穿.

温度 $\uparrow \rightarrow$ 价电子更易挣脱共价键束缚: $W_0 \downarrow \rightarrow V_{\text{齐纳击穿}} \downarrow$.

② 雪崩击穿 ($> 6\text{V}$) (掺杂浓度低, 空间电荷区宽).

反向偏压较大 \rightarrow 少数动能增加 \rightarrow 更频繁碰撞中性原子 \rightarrow 价电子被碰撞出来 \rightarrow 产生新少数... 碰撞电离

温度 $\uparrow \rightarrow$ 晶格热振动加剧 \rightarrow 对载流子阻碍作用增强 \rightarrow 载流子(电子)漂移速度 $\downarrow \rightarrow V_{\text{雪崩击穿}} \uparrow$.

以上两种现象可逆, 热击穿会损毁 PN 结, 不可逆.

△ PN结的电容效应.

~~PN 结正向偏压 \rightarrow 载流子扩散 (P区空穴 \rightarrow N, NR 电子 \rightarrow P)~~

~~耗尽区外的中性区存储非平衡载流子.~~

$$\left\{ \begin{aligned} n_p(x) &= [n_p(-W_p) - n_{p0}] e^{-\frac{x+W_p}{L_n}} + n_{p0} \\ p_n(x) &= [p_n(W_n) - p_{n0}] e^{-\frac{x-W_n}{L_p}} + p_{n0} \end{aligned} \right. \rightarrow \text{电容效应}$$

△ PN结的电容效应

① 势垒电容

电荷：势垒区电荷

电压：势垒区合电场产生的压降

反向电压 $\uparrow \rightarrow$ 势垒区合电场 $E \uparrow \rightarrow W \uparrow \rightarrow Q \uparrow$: 充电

反向电压 $\downarrow \rightarrow$ 势垒区合电场 $E \downarrow \rightarrow W \downarrow \rightarrow Q \downarrow$: 放电

其中, $V_\phi = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$, $W_0 = W_n + W_p = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \cdot V_\phi \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$

$$Q = qS W_p N_A = qS W_n N_D, \quad C_T = \frac{dQ}{dV}$$

小电流下, $C_T = \frac{C_{T0}}{(1 - \frac{V}{V_\phi})^n} = \frac{\epsilon S / W_0}{(1 - \frac{V}{V_\phi})^n}$ { 突变结: $n \approx \frac{1}{2}$
渐变结: $n \approx \frac{1}{3}$

可见, C_T 与 V 正向关, 利用此可制变容二极管

② 扩散电容

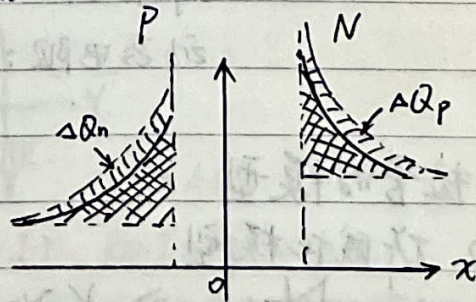
电荷：势垒区两侧中性区的非平衡载流子积累

电压：外加电压

正向偏压 \rightarrow 载流子扩散运动增加 (P空穴 \rightarrow N, N电子 \rightarrow P)

\rightarrow 势垒区两侧中性区积累非平衡载流子

\rightarrow $\left\{ \begin{aligned} n_p(x) &= [n_p(-W_p) - n_{p0}] e^{-\frac{x+W_p}{L_n}} + n_{p0} \\ p_n(x) &= [p_n(W_n) - p_{n0}] e^{-\frac{x-W_n}{L_p}} + p_{n0} \end{aligned} \right. \rightarrow \text{电容效应}$



正向偏压增加 $\Delta V \rightarrow$

N区与P区电荷量增加 ΔQ_p 及 ΔQ_n

(与区内电场一起“抗衡”正向电压)

$$\rightarrow C_D = \frac{dQ}{dV} \approx \frac{\Delta Q_n}{\Delta V} + \frac{\Delta Q_p}{\Delta V}$$

C_0 主要取决于通过 PN 结的正向电流 I , 故 C_0 与正向电压呈指数关系。
反向工作时, C_0 忽略不计。

一般 $C_0 > C_T$, C_T 与 C_0 并联, 即 PN 结总电容 $C_j = C_T + C_0$ 。

- 正向偏压时, $C_0 \gg C_T, C_j \approx C_0$
- 反向偏压时, $C_0 \rightarrow 0, C_j \approx C_T$ 。

4. 半导体二极管

PN 结 + 外壳 + 电极引线 \rightarrow 半导体二极管 (P 区正极, N 区负极)。

- 点接触型: 结电容小, 额定电流、反向电压小, 工频高, 适于高频电路。
- 面接触型: 面积大, 承受较大电流, 电容大, 工频低, 作整流用。
- 硅平面: 与当前晶体管和集成电路制造法相同。

Δ 伏安特性: $i_b = I_s (e^{\frac{V_b}{V_T}} - 1)$

↓ 电子-空穴在势垒区的复合、正向大注入时的多子效应
中性区体电阻、漏电流...

$$i_b = I_s (e^{\frac{V_b - i_b R_s}{m V_T}} - 1)$$

m : 发射系数 $\in (1, 2)$

Δ 主要参数: 最大正向平均电流 (最大整流电流): I_F

最高反向工作电压: V_R

未击穿时的反向电流: I_R , 越小表明单向性越好。

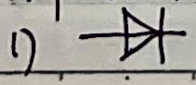
最高工频: f_m , 超过 f_m 结电容不能忽略。

静态电阻: $R_D = \frac{V_{DQ}}{I_{DQ}}$

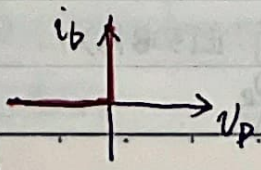
动态电阻: $r_d = \frac{dV_D}{dI_D} = \frac{V_T}{I_s e^{V_D/V_T}} \approx \frac{V_T}{I_{DQ}} \approx \frac{26(mV)}{I_{DQ}(mA)}$

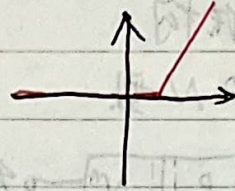
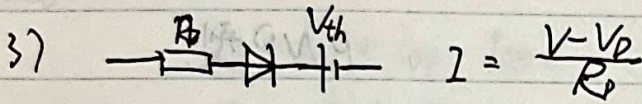
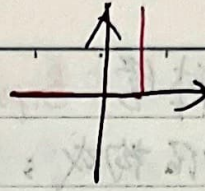
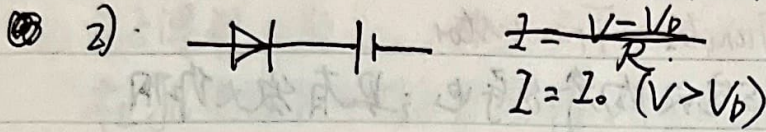
Δ 二极管的模型

① 折线化模型

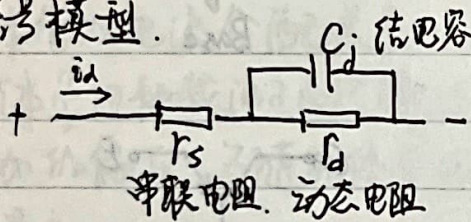


$I = \frac{V}{R}$
 $I_D = I_0 (V_D > 0)$





② 小信号模型.



模型中只有交流量. 应用于小信号
 其中 r_s, r_d, C_j 均与直流工作点有关.

△ 二极管应用电路举例.

① 整流电路

② 稳压电路: $I_{Zmin} < I_Z < I_{Zmax}; V_O = V_Z. r_z = \frac{\Delta V_Z}{\Delta I_Z}$ 反向击穿

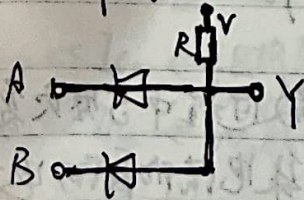
③ 限幅电路:

直流分析: $I_{DQ} \approx \frac{V_B - V_{th}}{R + r_D}, r_d \approx \frac{V_T}{I_{DQ}}, V_{DQ} = V_{TH}$.

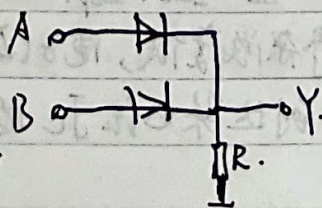
交流分析: f 不高时, 可不考虑结间电容的作用.

$i_d = \frac{v_s}{R + r_s + r_d} \quad v_d = (r_s + r_d) i_d \quad i_D = I_{DQ} + i_d$

④ 逻辑门电路



$Y = A \cdot B$ 5V

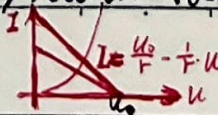


$Y = A + B$

△ 欧姆表测二极管电阻原理: $U = U_0 - I r$, 即 $I = \frac{U_0}{r} - \frac{1}{r} U$.

r 为欧姆表时的内阻 (量程越大内阻越大), U_0 为万用表内的电源, 不变.

故用越大的量程测, 二极管的电阻越大

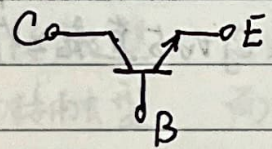
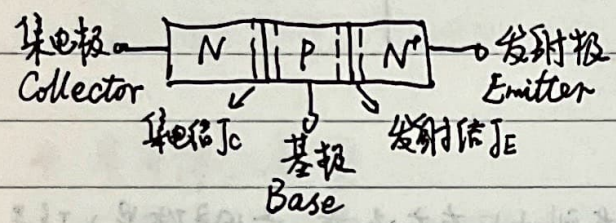


5. 双极型晶体管 Bipolar Junction Transistor

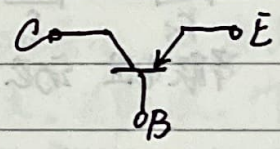
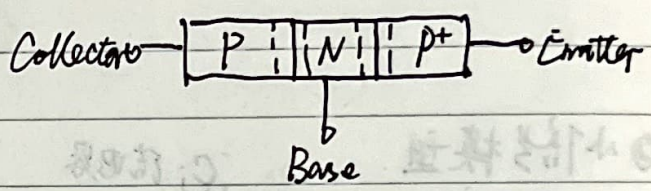
两个PN结构成；电子与空穴均参与导电；具有放大作用

① 晶体管的结构

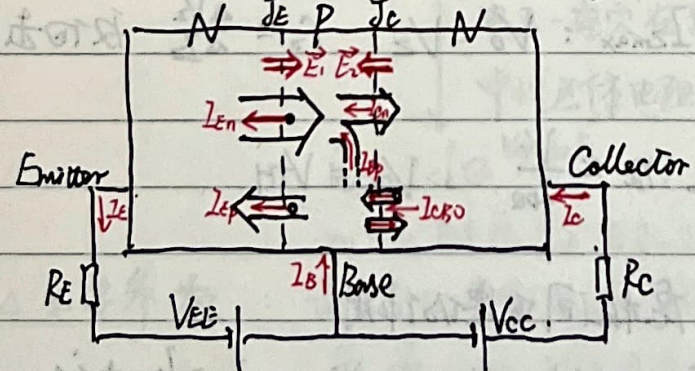
NPN型



PNP型



② 晶体管工作原理 (以NPN为例)



基区薄，掺杂浓度低

发射区掺杂浓度远高于B区和CE.

V_{EB} 为发射结加正向偏压

V_{CC} 为集电结加反向偏压

$$P_{E0} \ll N_{B0}, P_{E0} \ll P_{C0} \quad (P_{E0} \cdot N_{E0} = n_i^2)$$

1) 发射结加正向偏压，Emitter区电子入Base区，形成 I_{En} ，Base区空穴入Emitter区，形成 I_{Ep} ，由于 $P_{E0} \ll N_{B0}, N_{E0} \gg P_{B0} \therefore I_{En} \gg I_{Ep}$

$$I_E = I_{En} + I_{Ep}$$

2) 由于Base区很薄且掺杂浓度低，电子(I_{En})在扩散过程中与空穴复合数量少，绝大部分到达集电结 J_c 边界，被集电结的反向电场拉向集电区。

$$I_{En} = I_{Bp} + I_{Cn}$$

I_{Bp} 是基区内电子与空穴复合形成的电流。

3). 电子漂移电流 I_{cn} 。而且 Collector 区内的少数空穴和 Base 区内的少数电子在 J_c 电场下向对方区漂移，形成反向漂移电流（反向饱和电流） I_{CBO} 。

$$I_B = I_{BP} + I_{EP} - I_{CBO}$$

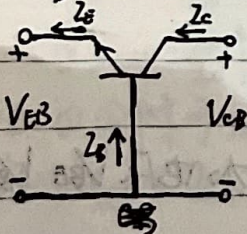
$$I_C = I_{cn} + I_{CBO}$$

$$\therefore I_E = I_C + I_B$$

③ 晶体管的电流分配关系

晶体管内部载流子的传输过程和极板的电流决定于发射结和集电结所加的偏压，不随晶体管的连接状态（共基极 CB、共发射极 CE、共集电极 CC）而变化。

1) CB



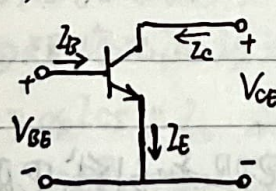
$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{I_{Cn}}{I_E} \\ &= \frac{I_C - I_{CBO}}{I_E} \\ &= \frac{I_E - I_B - I_{CBO}}{I_E} \\ &= \frac{I_E - I_{BP} - I_{EP}}{I_E} \end{aligned}$$

$I_{EP} \ll I_{cn} \leftarrow E$ 区掺杂浓度高于 B 区的
 $I_{BP} \ll I_{cn} \leftarrow V_{EB}$ 尽可能小。

$$\therefore I_C = \alpha I_E + I_{CBO}$$

若忽略 I_{CBO} ，则 $I_C = \alpha I_E$ 。

2) CE

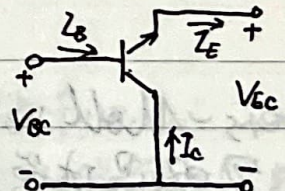


$$\begin{aligned} I_C &= \alpha (I_C + I_B) + I_{CBO} \\ \therefore I_C &= \frac{\alpha}{1-\alpha} I_B + \frac{1}{1-\alpha} I_{CBO} \\ \beta &= \frac{\alpha}{1-\alpha} \end{aligned}$$

$$\therefore I_C = \beta I_B + (\beta + 1) I_{CBO} = \beta I_B + I_{CBO}$$

若忽略 $(\beta + 1) I_{CBO}$ ，则 $I_C = \beta I_B$ 。
 I_{CBO} : $I_B = 0$ (基极开路) 时
 流过集电极与发射极间电流。

3) CC



$$I_E = (\beta + 1) I_B + (\beta + 1) I_{CBO}$$

可见，晶体管处于放大状态时，它的输入电流对输出电流都具有正向控制作用。

④ 晶体管的四种工作模式

- 1) 放大工作状态: 发射结正向偏压, 集电结反向偏压。正向控制作用即集电极电流和发射极电流主要受发射结正电压的控制, 与集电结正电压几乎无关。
- 2) 饱和工作状态: 发射结和集电结均加正向偏压, 晶体管集电极与发射极间压降很小近似为闭合开关。
- 3) 截止工作状态: 发射结和集电结均加反向偏压, 两极间只有极小漏电流通过, 近似为断开的开关。
- 4) 反向工作状态: 发射结加反向偏压, 集电结加正向偏压, 相当于发射极与集电极互换, 由于两区掺杂浓度不同, 会导致 β 又不同。

Ebers-Moll 的理论分析

- 1) 忽略晶体管各区体电阻和引线电阻, 认为外加电压 V_{BE} V_{BC} 分别全部加在发射结和集电结上。
- 2) 小电流注入, 不考虑势垒区内载流子的复合。
- 3) 不考虑基区宽度调制效应, 即认为基区有效宽度不随电压变化。
- 4) 不考虑反向击穿。

在 Emitter 区和 Collector 区内, 少数 $p_E(x)$ 和 $p_C(x)$ 的分布:

$$p_E(x) - p_{E0} = [p_E(-W_E) - p_{E0}] \cdot e^{-\frac{x+W_E}{L_p}}$$

$$p_C(x) - p_{C0} = [p_C(W_C) - p_{C0}] \cdot e^{-\frac{x-W_C}{L_p}}$$

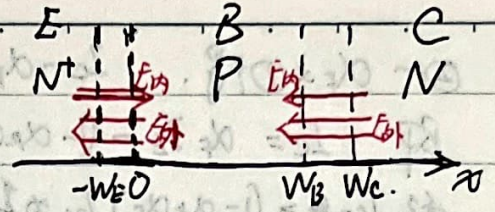
在 Base 区内少数 $n_B(x)$ 的分布可通过解扩散方程及边界条件求得:

$$n_B(x) - n_{B0} = \frac{n_B(0)}{\text{sh} \frac{W_B}{L_n}} \left[\text{sh} \frac{W_B - x}{L_n} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - \text{sh} \frac{x}{L_n} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) \right]$$

$$I_E = I_{En} + I_{Ep}$$

$$I_{En} = qD_n S \left. \frac{dN_p(x)}{dx} \right|_{x=0}$$

$$I_{Ep} = -qD_p S \left. \frac{dP_p(x)}{dx} \right|_{x=-W_E}$$



$$I_C = -I_{Cn} - I_{Cp}$$

$$I_{Cn} = qD_n S \left. \frac{dN_p(x)}{dx} \right|_{x=W_B}$$

$$I_{Cp} = -qD_p S \left. \frac{dP_p(x)}{dx} \right|_{x=W_C}$$

解得 $I_E = I_{ES}(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - \alpha_R I_{CS}(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$ ①

$I_C = \alpha_F I_{ES}(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - I_{CS}(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$ ②

其中, I_{ES} 为集电极短路 ($V_{BC}=0$) 时发射结的反向饱和电流

I_{CS} 为发射结短路 ($V_{BE}=0$) 时集电极的反向饱和电流.

$\alpha_F = \frac{I_C}{I_E} \Big|_{V_{BC}=0}$ 为正向短路电流放大系数

$\alpha_R = \frac{I_E}{I_C} \Big|_{V_{BE}=0}$ 为反向短路电流放大系数.

解出 ①② 时可发现 $\alpha_F I_{CS} = \alpha_R I_{ES} = I_S$ 为晶体管的饱和电流.

忽略 W_B 对 I_{ES} , I_{CS} , α_F , α_R 的影响, 认为其仅取决于晶体管的结构.

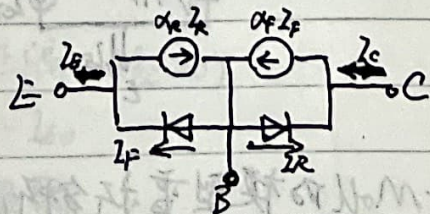
1) 电流注入形式等效电路.

$$\text{令 } I_F = I_{ES}(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$$

$$I_R = I_{CS}(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$$

$$\text{有 } I_E = I_F - \alpha_R I_R$$

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R$$



2) 电流传输形式等效电路

① - α_R × ② 得 $I_E - \alpha_R I_C = (1 - \alpha_R \alpha_F) I_{ES}(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$

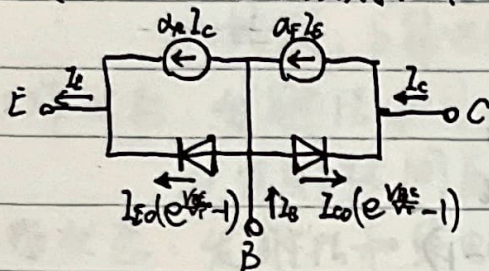
即 $I_E = \alpha_R I_C + (1 - \alpha_R \alpha_F) I_{ES}(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$.

称 $I_{E0} = (1 - \alpha_F \alpha_R) I_{ES}$ 为集电极开路 ($I_C=0$) 时发射结的反向饱和电流

② - $\alpha_F \times ①$ 得: $I_C - \alpha_F I_E = (\alpha_R \alpha_F - 1) I_{CS} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1)$

即 $I_C = \alpha_F I_E - (1 - \alpha_R \alpha_F) I_{CS} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1)$

称 $-I_{CO}$ 为 $(1 - \alpha_R \alpha_F) I_{CS}$ 为发射极开路 ($I_B = 0$) 时集电极的反向饱和电流。



3) 混合π模型等效电路。

重写①②式: $I_E = I_{ES} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - \alpha_R I_{CS} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) = I_{ES} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - I_S (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1)$

$I_C = \alpha_F I_{ES} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - I_{CS} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) = I_S (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - I_{CS} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1)$

令 $I_{CC} = I_S (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$, $I_{EE} = I_S (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1)$

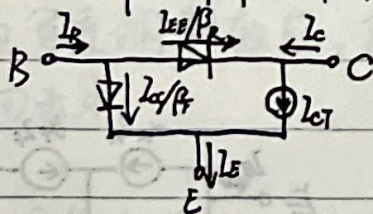
$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}$, $\beta_R = \frac{\alpha_R}{1 - \alpha_R}$

$I_{OT} = I_{CC} - I_{EE}$

则 $I_E = \frac{I_{CC}}{\alpha_F} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - I_S (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) = \frac{I_{CC}}{\alpha_F} - I_{EE} = \frac{I_{CC}}{\alpha_F} - I_{CC} + I_{CC} - I_{EE} = \frac{I_{CC}}{\beta_F} + I_{CC} - I_{EE}$

$I_C = I_S (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - \frac{I_{EE}}{\alpha_R} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) = I_{CC} - \frac{I_{EE}}{\alpha_R} = I_{CC} - I_{EE} + I_{EE} - \frac{I_{EE}}{\alpha_R} = -\frac{I_{EE}}{\beta_R} + I_{CC} - I_{EE}$

∴ 等效电路中包括三个元件和三个参数 I_S , β_F , β_R , 是最常用模型。



★ 按 Ebers-Moll 模型重新分析晶体管的四种工作模式。

1) 放大状态 (I_E 正偏: $V_{BE} > 0$; I_C 反偏: $V_{BC} < 0$)

∵ $|V_{BC}| \gg V_T$ ($I_{CS} \rightarrow 0, e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \rightarrow -1$)

∴ $I_{ES} \approx I_{ES} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$

$I_C \approx \alpha_F I_E + (1 - \alpha_F \alpha_R) I_{CS} \approx \alpha_F I_E$

$I_B = I_E - I_C \approx (1 - \alpha_F) I_{ES} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$

对比 $I_C = \bar{\alpha} I_E + I_{CBO}$ 得

$$\begin{cases} \alpha_F = \bar{\alpha} \\ (1 - \alpha_F \alpha_R) I_{CS} = I_{CBO} \end{cases}$$

可见, I_E, I_C, I_B 随 V_{CE} 增大而增大, 当 V_{BE} 增大到一定数值后, I_E, I_C, I_B 随 V_{BE} 按指数规律变化.

2) 截止状态 (J_E 反偏: $V_{BE} < 0$; J_C 反偏: $V_{BC} < 0$)

$$\because |V_{BC}| \gg V_T, |V_{BE}| \gg V_T$$

$$\therefore I_E \approx -I_{ES} + \alpha_R I_{CS}$$

$$I_C \approx -\alpha_F I_{ES} + I_{CS}$$

$$I_B = I_E - I_C \approx -(1 - \alpha_F) I_{ES} - (1 - \alpha_R) I_{CS}$$

可见, 各极电流都很小, 晶体管呈现高阻特性.

3) 饱和状态 (J_E 正偏: $V_{BE} > 0$; J_C 正偏: $V_{BC} > 0$)

由①②可知, V_{BC} 使 I_E, I_C 减小, V_{BE} 使 I_E, I_C 增大.

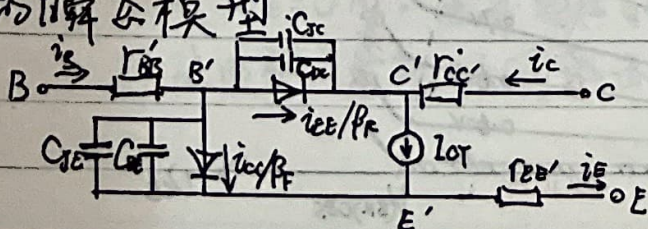
故相同 V_{BE} 下, 饱和时的集电极电流、发射极电流要比放大时的小. 由于两个结 J_E, J_C 都为正向偏置, 处于低阻状态, CE 间近似于短路.

4) 反向状态 (J_E 反偏: $V_{BE} < 0$; J_C 正偏: $V_{BC} > 0$)

$$I_E \approx \alpha_R I_C - (1 - \alpha_F \alpha_R) I_{ES} = \alpha_R I_C - I_{EO}$$

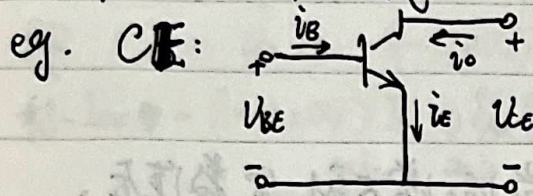
由于 α_R 很小, I_C 对 I_E 的控制能力很弱.

晶体管的瞬态模型

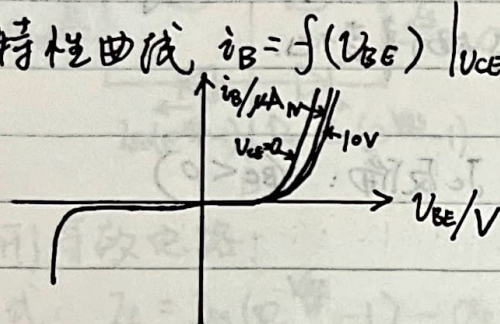


适用于大信号工作状态, 是一个非线性模型.

⑤ 晶体管的特性曲线



★ 1) 输入特性曲线 $i_B = f(U_{BE}) \mid U_{CE} = \text{const.}$



$$I_B = I_{BP} + I_{EP} - I_{CBO}$$

∴ 当 U_{BE} 一定时, U_{CE} 增加, I_{EP} 减小 (电子-空穴复合减少)

∴ I_B 减小.

∴ $U_{CE} = 0$ 对应的曲线位于最左边.

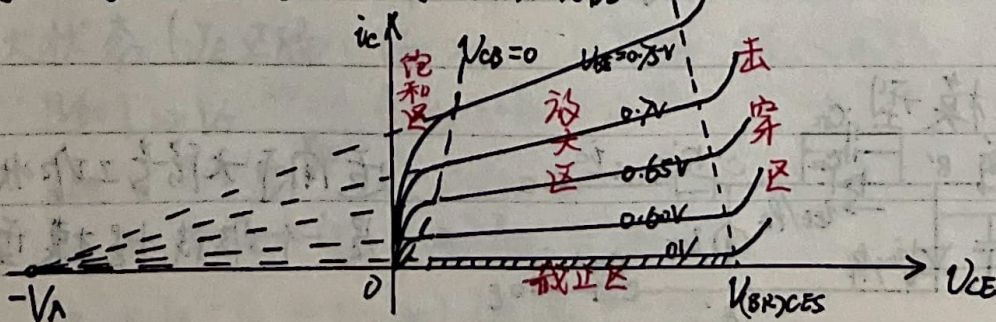
当 $U_{CE} > 1V$ 后, i_B 随 U_{CE} 增加而略有减小, 特性曲线略向右平移.

因为 $U_{CE} \uparrow, W_B \downarrow$ 故 $i_B \downarrow$. (基区变窄, 非平衡少数载流子下降, 复合机会增加)

这就是基区宽度调制效应.

当 $U_{BE} < 0$ 时, 基极反向饱和电流很小. $|U_{BE}|$ 增大到一定值时, 由于发射区掺杂浓度很高, 发生 齐纳击穿.

★ 2) 输出特性曲线 $i_C = f(U_{CE}) \mid U_{BE} = \text{const.}$



$$\therefore I_c = I_{En} - I_{BP} + I_{CBO}$$

$\therefore V_{CE} \uparrow$, 集电结空间电荷区加宽, $W_B \downarrow$

$\therefore I_{BP} \downarrow$

$\therefore I_c \uparrow$

可见, 将放大区各条输出特性曲线左延与 V_{CE} 轴交于同一点 ($-V_A$) 此电压称为 Early 电压.

$\therefore W_B$ 越小, W_B 对 I_c 的影响越大

\therefore 相同 V_{CE} 下 $I_c - V_{CE}$ 曲线在放大区的斜率越大

$\therefore V_A$ 越小.

\therefore 放大状态下 $I_c \approx \alpha_F I_{ES} (e^{V_{BE}/V_A} - 1) + (1 - \alpha_F \alpha_R) I_{CS}$ 应修改为

$$I_c \approx \alpha_F \cdot I_{ES} (e^{V_{BE}/V_A} - 1) \left[1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right] = I_{CS} (e^{V_{BE}/V_A} - 1) \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right).$$

\therefore 放大区内晶体管输出电阻

$$r_{ce} = \frac{V_A + V_{CE}}{I_c}$$

截止区内, 当 $V_{BE} = 0$ 时, $I_c = I_{CS} \approx 0$ (集电结的反向饱和电流).

饱和区内, V_{CE} 很小, W_B 很宽, Collector 收集能力弱,

$\therefore I_c$ 随 V_{CE} 的稍增而剧增.

击穿区内, V_{CE} 增大到一定程度时, J_E 反向击穿, I_c 迅速增加.

\therefore 基区与集电区掺杂浓度均较低

\therefore 发生雪崩击穿, 击穿电压随 V_{BE} 增加而减小.

(因为 $V_{BE} \uparrow$, $I_c \uparrow$, 通过 J_E 的载流子 \uparrow , 碰撞机会 \uparrow , 产生雪崩击穿所需电压减小).

$\therefore V_{BE} = 0$ 时, 击穿电压最大, V_{BRXES} , 是 J_E 短路时集电极与发射极间的击穿电压

3) 输出特性曲线 $i_c = f(V_{CE}) |_{i_B = \text{const}}$

△ 以 i_B 为参考变量的输出电阻 $r_{ce} |_{i_B = \text{const}}$ 小于以 V_{BE} 为参考变量的输出电阻 $r_{ce} |_{V_{BE} = \text{const}}$

$$i_c = \beta i_B + (\beta + 1) I_{CBO}$$

△ $i_E = 0$ 时, $i_c = I_{CBO} = -i_B$ 这是严格的截止区, 工程上, 近似认为 $i_B = 0$ 以下的区域为截止区, 此时 $I_{CBO}(\beta + 1) = I_c$ (穿透电流)

△ 饱和区, i_c 方向不变, 随 V_{CE} 减小而迅速下降, 此时 $i_c < \beta i_B$

△ $i_B = 0$ 对应的击穿电压用 $V_{BE(CEO)}$ 表示, 是基极开路时集电极与发射极间的击穿电压

⑥ 温度对晶体管特性的影响

对于PN结, 已有 $I = I_s (e^{V/V_T} - 1)$, 随温度升高, V_T 增大 ($V_T = \frac{kT}{q}$) 且 I_s 也增大, $I_s \approx I_0 \cdot 2^{\frac{T}{T_0}}$, 可见, I 随 T 增大而增大, 即晶体管输入特性曲线左移

实验表明, 若 I_B 不变, T 每升高 1°C , V_{BE} 约减小 $2 \sim 2.5 \text{ mV}$

$$\text{即 } \left. \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T} \right|_{I_B = \text{const}} = -(2 \sim 2.5) \text{ mV}$$

由于 1) T 升高时, 晶体管反向电流 I_{CBO} 上升

2) T 升高时, 载流子扩散系数 D_n 加大,

基区内载流子复合减少, $\alpha = \alpha_F = \frac{I_{en}}{I_s}$

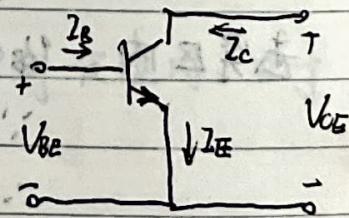
加大, $\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$ 加大

工程上, $\frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{dT} = (0.5\% \sim 1\%) / ^\circ\text{C}$

综上, T 升高时, I_{CBO} 、 β 增大, $i_c - V_{CE}$ 输入

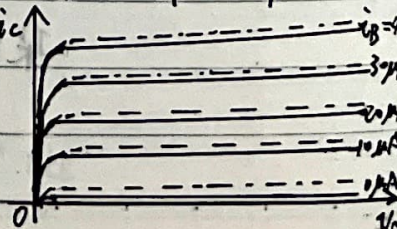
特性曲线左移, I_B 为参变量时, 它们

均使集电极电流 I_c 增加



$$I_c = \beta I_B + (\beta + 1) I_{CBO} = \beta I_B + I_{CBO}$$

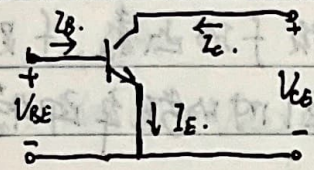
$$I_B = I_{op} + I_{op} - I_{CBO}$$



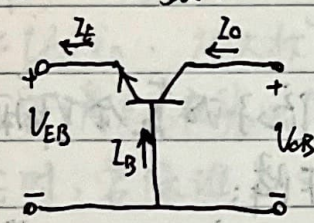
⑦ 晶体管主要参数

1) 直流参数

△ 共发射极直流电流放大系数 $\bar{\beta}$: V_{CE} -定时, $\bar{\beta} = \frac{I_C - I_{CBO}}{I_B} \approx \frac{I_C}{I_B}$

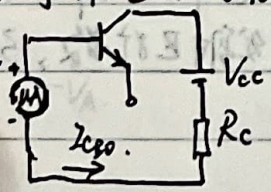


△ 共基极直流放大系数 $\bar{\alpha}$: V_{CB} -定时, $\bar{\alpha} = \frac{I_C - I_{CBO}}{I_E} \approx \frac{I_C}{I_E}$



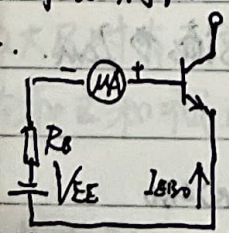
△ 发射极开路时集电极的反向饱和电流 I_{CBO}

测试电路



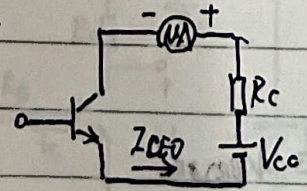
△ 集电极开路时发射极的反向饱和电流 I_{EBO}

测试电路



△ 基极开路时集电极和发射极间的穿透电流 I_{CEO}

测试电路



$I_{CEO} = (\bar{\beta} + 1)I_{CBO}$. 其形成伴通道有放大作用, 比 I_{CBO} , I_{EBO} 大得多.

2) 交流参数

△ 共发射极交流电流放大系数 $\beta = \frac{\Delta i_c}{\Delta i_b} |_{V_{CE} = \text{const}}$

△ 共基极交流电流放大系数 $\alpha = \frac{\Delta i_c}{\Delta i_E} |_{V_{CB} = \text{const}}$

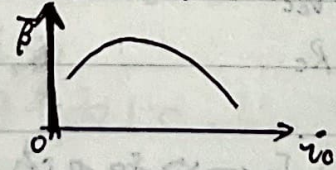
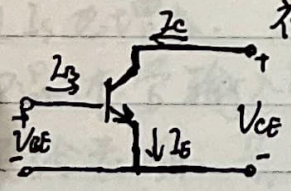
△ 特征频率 f_T 。由于结电容的存在， β 是工频 f 的函数， f 足够大时， I_C 与 I_B 间有相移， $\beta = \frac{I_C}{I_B}$ ， $|\beta|$ 降至 1 时的频率即特征频率 f_T 。

3) 极限参数

△ 集电极最大允许电流 I_{CM}

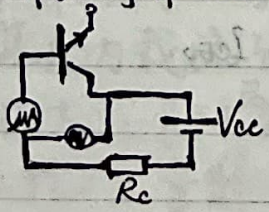
在 I_C 过小时，发射区空间电荷区内的载流子的复合作用使基极电流增加，从而 β 下降；

在 I_C 过大时，发射区注入到基区的（电子）浓度过大，与基区（空穴）浓度相比拟，为保持基区电中性，外电路需向基区补充大量空穴，它们会向发射区扩散，引起 β 下降。

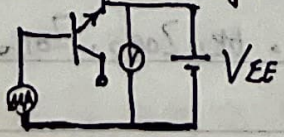


取 β 降至最高值 $\frac{2}{3}$ 时所对应的集电极电流为 I_{CM} 。

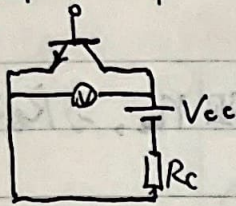
△ 发射极开路时集电极的反向击穿电压 $V_{(BR)CBO}$



△ 集电极开路时发射结的反向击穿电压 $V_{(BR)EBO}$



△ 基极开路时集电极与发射极间的反向击穿电压 $V_{(BR)CEO}$

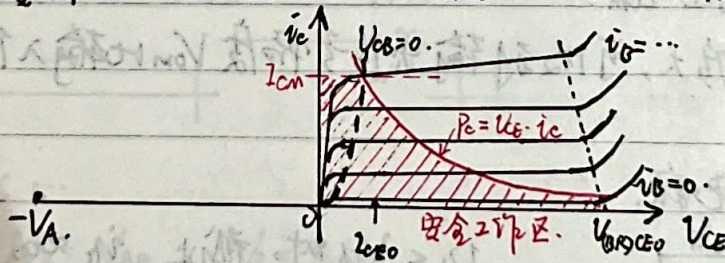


$$V_{(BR)CBO} > V_{(BR)CEO} > V_{(BR)EBO}$$

△ 集电极最大允许耗散功率 P_{cm}

$P_c \approx U_{CE} i_c$. 放大状态下, V_{CE} 绝大部分降在集电极上, 故 P_c 主要消耗在集电极上.

∴ CE 时, 要保证 $I_c < I_{cm}$, $V_{CE} < V_{(BR)CEO}$, $P_c < P_{cm}$.

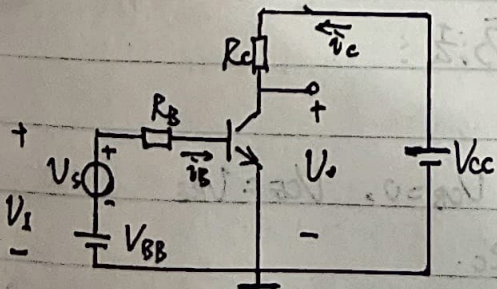


① 晶体管的应用

工作于放大区时有正向受控作用, 等效于一个受控电流源.

工作于饱和区和截止区时有开关特性, 等效于受控开关.

1) 晶体管放大电路



首先, 有足够大的 V_{BE} , 使 $V_{BE} + U_s > U_{th}$, 同时, $U_o = V_{CE} = V_{CC} - R_c i_c > U_{BE}$, 这样晶体管工作在放大区. 其中 $U_s = V_{sm} \sin \omega t$, $V_{sm} \ll V_{BE}$.

习惯上用 I_{BQ} 、 I_{CQ} 、 V_{BEQ} 、 V_{CEQ} 表示晶体管静态工作点的电流和电压。

总输入电压 $U_i = V_{BB} + U_s$

发射结电压 $U_{BE} = V_{BEQ} + U_{be}$

晶体管发射结对交流小信号等效于一个线性电阻 r_{be} ，与 R_B 串联。

$\therefore U_{be} = \frac{r_{be}}{R_B + r_{be}} \cdot U_s$

$\therefore V_{BE} = V_{BEQ} + U_{be} = V_{BEQ} + V_{bem} \sin \omega t$

集电极电流 $i_c = I_{CQ} + i_c = I_{CQ} + I_{cm} \sin \omega t$

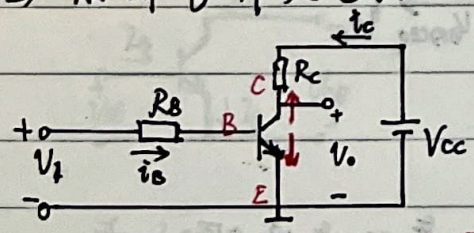
$\therefore U_o = V_{CC} - R_c i_c = V_{CC} - R_c I_{CQ} - R_c I_{cm} \sin \omega t$
 $= V_{CEQ} + V_{om} \sin(\omega t + 180^\circ)$

其中 $V_{CEQ} = V_{CC} - R_c I_{CQ}$

$V_{om} = R_c \cdot I_{cm}$

\therefore 只要 R_c 足够大，可做到输出信号幅度 V_{om} 比输入信号幅度 V_{sm} 大

2) 晶体管开关电路



两边都正向偏置了。

$U_i < V_{th}$ 时，截止。 $i_B \approx 0$, $i_C \approx 0$ 。

$\therefore U_o \approx V_{CC}$ 。(加在集电极上)

$U_i > V_{th}$ 时，饱和。 i_B 和 i_C 足够大 ($i_C \approx \beta i_B$)

$U_o = U_{CE} = V_{CE(sat)}$

$i_C = \frac{V_{CC} - V_{CE(sat)}}{R_C} \approx \frac{V_{CC}}{R_C}$

忽略饱和压降 $V_{CE(sat)}$ ， $U_o \approx 0$ 。

总结——晶体管工作状态的判断方法：

截止： $U_i < V_{th}$

饱和/放大：晶体管临界饱和时 $U_{CB} = 0$ ， $V_{CE} = V_{BE}$

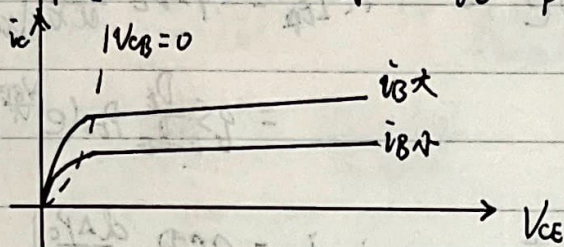
$\therefore I_C = I_{CS} = (V_{CC} - V_{BE}) / R_C$

在临界饱和时， $i_C \approx \beta i_B$ ，设此时 $I_B = I_{BS}$ ，则

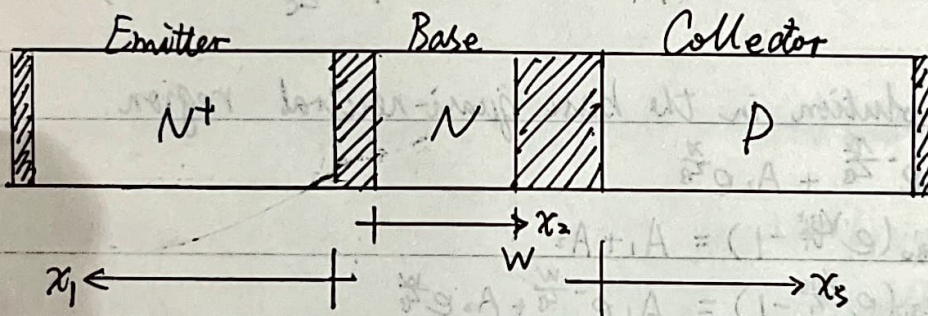
$I_{BS} \approx \frac{V_{CC} - V_{BE}}{\beta R_C}$ ，而 $i_B = \frac{U_i - V_{BE}}{R_B}$

$i_B > I_{BS}$ 时, τ 处于饱和区 (如图), $i_C = \frac{V_{CC} - V_{CE(sat)}}{R_C}$

$0 < i_B < I_{BS}$ 时, τ 处于放大区 (如图), $i_C = \beta i_B$



Bipolar Junction Transistor Quantitative Solution



The Definitions ...

$$N_E = N_{AE}, \quad N_B = N_{AB}, \quad N_C = N_{PC}$$

$$D_E = D_P, \quad D_B = D_N, \quad D_C = D_P$$

$$L_E = L_P, \quad L_B = L_N, \quad L_C = L_P, \quad \tau_E = \tau_P, \quad \tau_B = \tau_N, \quad \tau_C = \tau_P$$

$$p_{E0} = p_{n0} = n_i^2 / N_E, \quad n_{B0} = n_{p0} = n_i^2 / N_B, \quad p_{C0} = p_{n0} = n_i^2 / N_C$$

Emitter Region:

$$0 = D_E \frac{d^2 \Delta P_E}{dx_1^2} - \frac{\Delta P_E}{\tau_P} \Big|_{\Delta P_E(x_1 \rightarrow \infty) = 0, \Delta P_E(x_1 = 0) = p_{E0} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)}$$

Base Region:

$$0 = D_B \frac{d^2 \Delta n_B}{dx_2^2} - \frac{\Delta n_B}{\tau_N} \Big|_{\Delta n_B(0) = n_{B0} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1), \Delta n_B(W) = n_{B0} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1)}$$

Collector Region:

$$0 = D_C \frac{d^2 \Delta P_C}{dx_3^2} - \frac{\Delta P_C}{\tau_P} \Big|_{\Delta P_C(x_3 \rightarrow \infty) = 0, \Delta P_C(x_3 = 0) = p_{C0} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1)}$$

The problem solution in the emitter and collector quasi-neutral region

$$\Delta P_E(x_1) = P_{E0} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) e^{-\frac{x_1}{L_E}} \quad \therefore I_{EP} = -q S D_E \left. \frac{d\Delta P_E}{dx} \right|_{x_1=0}$$

$$= q S \frac{D_E}{L_E} P_{E0} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)$$

$$\Delta P_C(x_3) = P_{C0} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) e^{-\frac{x_3}{L_C}} \quad \therefore I_{CP} = q S D_C \left. \frac{d\Delta P_C}{dx_3} \right|_{x_3=0}$$

$$= -q S \frac{D_C}{L_C} P_{C0} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1)$$

The problem solution in the base quasi-neutral region.

$$\Delta n_B(x) = A_1 e^{-\frac{x}{L_B}} + A_2 e^{\frac{x}{L_B}}$$

$$x=0: \Delta n_B(0) = n_{B0} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) = A_1 + A_2$$

$$x=W: \Delta n_B(W) = n_{B0} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) = A_1 e^{-\frac{W}{L_B}} + A_2 e^{\frac{W}{L_B}}$$

$$\therefore \Delta n_B(x) = \Delta n_B(0) \frac{\text{sh}[(W-x)/L_B]}{\text{sh}(W/L_B)} + \Delta n_B(W) \frac{\text{sh}(x/L_B)}{\text{sh}(W/L_B)}$$

$$\therefore I_{EP} = -q S D_B \left. \frac{d\Delta n_B}{dx} \right|_{x=0} = q S \frac{D_B}{L_B} n_{B0} \left[\frac{\text{ch}(W/L_B)}{\text{sh}(W/L_B)} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - \frac{1}{\text{sh}(W/L_B)} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) \right]$$

$$I_{CP} = -q S D_B \left. \frac{d\Delta n_B}{dx} \right|_{x=W} = q S \frac{D_B}{L_B} n_{B0} \left[\frac{1}{\text{sh}(W/L_B)} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - \frac{\text{ch}(W/L_B)}{\text{sh}(W/L_B)} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) \right]$$

$$\therefore I_E = I_{EP} + I_{EN} = q S \left[\left(\frac{D_E}{L_E} P_{E0} + \frac{D_B}{L_B} n_{B0} \frac{\text{ch}(W/L_B)}{\text{sh}(W/L_B)} \right) (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - \left(\frac{D_B}{L_B} n_{B0} \frac{1}{\text{sh}(W/L_B)} \right) (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) \right]$$

$$I_C = I_{CP} + I_{CN} = q S \left[\left(\frac{D_B}{L_B} n_{B0} \frac{1}{\text{sh}(W/L_B)} \right) (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - \left(\frac{D_C}{L_C} P_{C0} + \frac{D_B}{L_B} n_{B0} \frac{\text{ch}(W/L_B)}{\text{sh}(W/L_B)} \right) (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) \right]$$

$$\therefore \alpha_{dc} = \frac{I_C}{I_E} = \frac{\text{ch}(W/L_B) + \left(\frac{D_E}{D_B} \cdot \frac{L_B}{L_E} \cdot \frac{N_B}{N_E} \right) \text{sh}(W/L_B)}{\text{ch}(W/L_B) + \left(\frac{D_E}{D_B} \cdot \frac{L_B}{L_E} \cdot \frac{N_B}{N_E} \right) \text{sh}(W/L_B) - 1}$$

$$\beta_{dc} = \frac{\alpha_{dc}}{1 - \alpha_{dc}} = \frac{1}{\text{ch}(W/L_B) + \left(\frac{D_E}{D_B} \cdot \frac{L_B}{L_E} \cdot \frac{N_B}{N_E} \right) \text{sh}(W/L_B) - 1}$$

When the base width is much less than the minority carrier diffusion length.

$$\Delta n_B(x) \approx \Delta n_B(0) + [\Delta n_B(W) - \Delta n_B(0)] \frac{x}{W}$$

$$\alpha_{dc} \approx \frac{1}{1 + \frac{D_B \cdot N_B \cdot W}{D_E \cdot N_E \cdot L_E} + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{L_B}\right)^2} \approx \frac{1}{1 + \frac{D_E W N_B}{D_B L_E N_E}} \quad (L_B \gg W)$$

$$\rho_{dc} \approx \frac{1}{\frac{D_E N_B W}{D_B N_E L_E} + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{L_B}\right)^2} \approx \frac{D_B L_E N_E}{D_E W N_B}$$

most of the minority carriers make it across the base.

Mode	Emitter-Base	Collector-Base	V_{BE}	I_B	$V_{CE} (= V_{BE} + V_{CB})$	I_C	I_E
Active	Forward	Reverse	~ 0.65	> 0	$> V_{BE}$	$= I_B \beta$	$= I_E / \alpha$
Saturated	Forward	Forward	> 0.7	$> I_C / \beta$	$< V_{BE}$ (V_{CE} small ~ 0.2)	Controlled by circuit (not $I_B \beta$)	Controlled by circuit (not I_C / α)
Cutoff	Reverse	Reverse	< 0	< 0	Controlled by circuit	~ 0	~ 0
Inverted	Reverse	Forward	< 0	Not Normally Used	Not Normally Used	Not Normally Used	Not Normally Used

△ 共射极输入特性: ($V_{CE} = \text{const}$)

$$I_B = I_E - I_C = qS \frac{D_E}{L_E} P_{E0} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) + qS \frac{D_C}{L_C} P_{C0} (e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1)$$

$$= qS \left[\frac{D_E}{L_E} P_{E0} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) + \frac{D_C}{L_C} P_{C0} (e^{\frac{V_{BE} - V_{CE}}{V_T}} - 1) \right]$$

△ 共射极输出特性: ($V_{BE} = \text{const}$)

$$I_C = qS \left[\left(\frac{D_B}{L_B} n_{B0} \frac{1}{\text{sh}(W/L_B)} \right) (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - \left(\frac{D_C}{L_C} P_{C0} + \frac{D_B}{L_B} n_{B0} \frac{\text{ch}(W/L_B)}{\text{sh}(W/L_B)} \right) (e^{\frac{V_{BE} - V_{CE}}{V_T}} - 1) \right]$$

$$\approx qS \frac{D_B}{L_B} n_{B0} \frac{1}{\text{sh}(W/L_B)} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right)$$

△ 共射极输出特性: ($I_B = \text{const}$)

将合上两式 (消去 V_{BE})

$$e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = \left[qS \frac{D_E}{L_E} P_{E0} + qS \frac{D_C}{L_C} P_{C0} / e^{\frac{V_{CE}}{V_T}} \right]^{-1} (I_B + qS \frac{D_E}{L_E} P_{E0} + qS \frac{D_C}{L_C} P_{C0})$$

$$\therefore I_C = qS \left(\frac{D_B}{L_B} n_{B0} \frac{1}{\text{sh}(W/L_B)} \right) \cdot \left(\frac{I_B + qS \frac{D_E}{L_E} P_{E0} + qS \frac{D_C}{L_C} P_{C0}}{qS \frac{D_E}{L_E} P_{E0} + qS \frac{D_C}{L_C} P_{C0} / e^{\frac{V_{CE}}{V_T}}} - 1 \right)$$

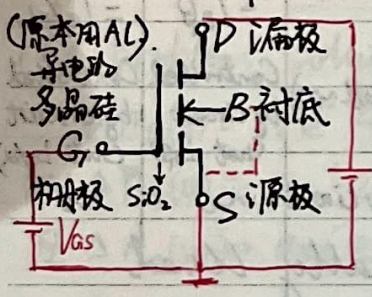
$$- qS \left(\frac{D_C}{L_C} P_{C0} + \frac{D_B}{L_B} n_{B0} \text{th}^{-1}(W/L_B) \right) \cdot \left(\frac{I_B + qS \frac{D_E}{L_E} P_{E0} + qS \frac{D_C}{L_C} P_{C0}}{qS \frac{D_E}{L_E} P_{E0} \cdot e^{\frac{V_{CE}}{V_T}} + qS \frac{D_C}{L_C} P_{C0}} - 1 \right)$$

$$= \left[\frac{D_B}{L_B} n_{B0} \text{sh}^{-1}(W/L_B) e^{\frac{V_{CE}}{V_T}} - \frac{D_C}{L_C} P_{C0} - \frac{D_B}{L_B} n_{B0} \text{th}^{-1}(W/L_B) \right] \cdot \frac{I_B qS + \frac{D_C}{L_C} P_{C0} \frac{D_C}{L_C} P_{C0} / e^{\frac{V_{CE}}{V_T}}}{\frac{D_E}{L_E} P_{E0} + \frac{D_C}{L_C} P_{C0} / e^{\frac{V_{CE}}{V_T}}}$$

6. 场效应晶体管. Field Effect Transistor.

- 绝缘栅场效应管 (IGFET)
 - N沟道增强型
 - N沟道耗尽型
 - P沟道增强型
 - P沟道耗尽型
- 结型场效应管 (JFET)
 - N沟道
 - P沟道

MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) ∈ IGFET.



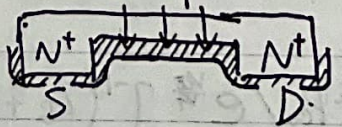
$V_{gs} = 0$ 时, D、S区被各自的耗尽层(空间电荷区)包围, 没有导电沟道.

$V_{gs} > 0$ 时, 在 SiO_2 绝缘层中产生了由G极指向B的均匀纵向电场, 吸引P型衬底中的电子(少数)向衬底表面运动, 与空穴结合, 形成很薄的耗尽层.

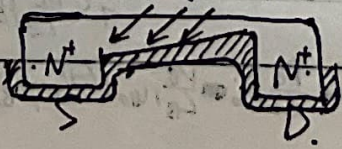
N沟道增强型 MOS

$V_{gs} > V_{gs(th)}$ 时, 衬底表面层的自由电子浓度已大于空穴的浓度, 表面层由P型转N型, 成为反型层, 连通了D与S两个 N^+ 区. 此时, 若 $V_{ds} > 0$ (正向电压), 则产生由D至S的漏极电流, 管子开启.

当 $V_{gs} > V_{gs(th)}$ 时, 导电沟道形成. 此时若 $V_{ds} = 0$ ($V_{gs} = V_{gd}$), SiO_2 绝缘层中的电场均匀, 导电沟道呈矩形.



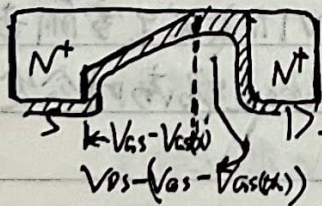
当 $V_{ds} > 0$ 时, 将产生漏极电流 I_D , 且产生了D到S的横向电场. 从S到D电位逐渐升高. 此时, 纵向电场不再均匀, 沟道厚度从S到D由厚到薄.



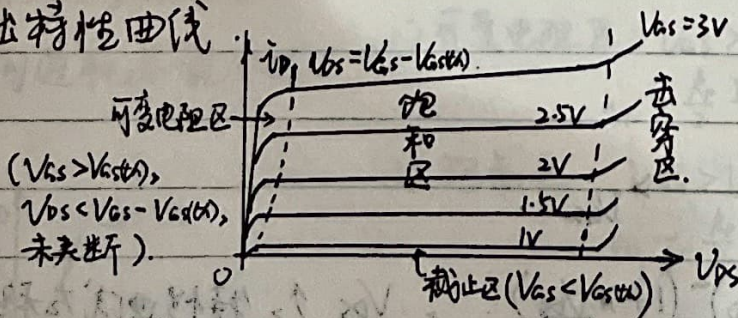
$V_{DS} = V_{GS} - V_{GS(th)}$ 时, 即 $V_{GD} = V_{GS(th)}$ 时, D 极端的沟道刚好消失, 形成预夹断.

$V_{DS} > V_{GS} - V_{GS(th)}$ 时, 即 $V_{GD} < V_{GS(th)}$ 时, 夹断点向 S 端方向延伸, 形成一块夹断区 (是耗尽层), G 与夹断点间的电压恒为 $V_{GS(th)}$, 夹断点与源极 (S) 间的电压恒为 $V_{GS} - V_{GS(th)}$, 其余的 $V_{DS} - (V_{GS} - V_{GS(th)})$ 全降在夹断区上, 形成较强电场, 维持着 I_D 自夹断点形成后大小几乎不变. 同时, 尽管夹断点不断随 V_{DS} 加强而左移, 由于其与 S 间电压 $V_{GS} - V_{GS(th)}$ 不变, 其到 S 的沟道长度变化很小, 沟道电阻变化很小.

这就是说, $V_{DS} > V_{GS} - V_{GS(th)}$ 后, V_{GS} 不变, 则 I_D 随 V_{DS} 的增长增大不多. 近似地, I_D 只与 V_{GS} 有关, V_{GS} 越大, 反型层越厚, 沟道电阻越小, I_D 越大.



① 输出特性曲线



Δ 在可变电阻区, $I_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [2(V_{GS} - V_{GS(th)})V_{DS} - V_{DS}^2]$, $k_p = \mu_n C_{ox}$

μ_n 为沟道中电子迁移率, C_{ox} 为栅氧化层单位面积电容.

W 为沟道宽, L 为沟道长.

原点附近, $I_D \approx k_p \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{GS(th)}) V_{DS}$.

$R_{on} = \frac{dV_{DS}}{dI_D} \Big|_{V_{GS} = \text{const}} \approx \frac{1}{k_p (V_{GS} - V_{GS(th)})} \cdot \frac{L}{W} \approx \frac{V_{DS}}{I_D}$

△ 在饱和区(恒流区). $i_D \approx \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [2(V_{GS} - V_{GS(th)})V_{DS} - V_{DS}^2]$
 $\approx \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [2(V_{GS} - V_{GS(th)})(V_{GS} - V_{GS(th)}) - (V_{GS} - V_{GS(th)})^2]$
 $\approx \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} \cdot 2 (V_{GS} - V_{GS(th)})^2$ (预夹断点)

为提高精确度, 考虑沟道长度调制效应: $V_{DS} \uparrow$, 夹断点 $\rightarrow S$, $L \downarrow$, 沟道电阻 \uparrow 而夹断点与源区的电压保持为 $V_{GS} - V_{GS(th)}$, 故 $i_D \uparrow$. $i_D - V_{DS}$ 曲线在饱和区出现倾斜. 延长 V_{GS} 对应的各条倾斜线, 交于 V_A (30~50V). Early 电压 L 越短, V_A 越小.

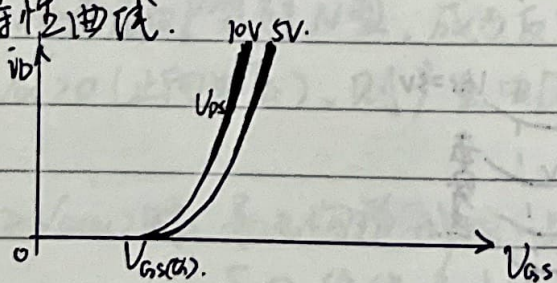
考虑了沟道长度调制的 $i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_{GS(th)})^2 \cdot (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$.

$$\therefore r_{DS} = \frac{V_A + V_{DSQ}}{I_{DQ}}$$

△ 击穿区. V_{DS} 升高到一定值时, 击穿. 击穿电压随 V_{GS} 增加而增大. 因为 V_{GS} 增加时, 同样的 V_{DS} 下夹断区场强下降所致.

另外, 漏区与衬底间的 PN 结会发生雪崩击穿, D 与 S 间会发生穿通击穿, G 与 S 间的 V_{GS} 足够高时会发生 SiO_2 绝缘层击穿.

② 转移特性曲线.



$$i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{GS(th)})^2 \left(1 + \frac{V_{DS}}{V_A}\right). \quad V_{DS} \uparrow, \text{特性曲线左移.}$$

这是沟道长度调制效应的结果.

$$\text{跨导 } g_m = \left. \frac{di_D}{dV_{GS}} \right|_{V_{DS}=\text{const}} = k_p \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{GS(th)}) \left(1 + \frac{V_{DS}}{V_A}\right).$$

$$= \frac{2i_D}{V_{GS} - V_{GS(th)}} = \sqrt{2k_p \frac{W}{L} \left(1 + \frac{V_{DS}}{V_A}\right) \cdot i_D}$$

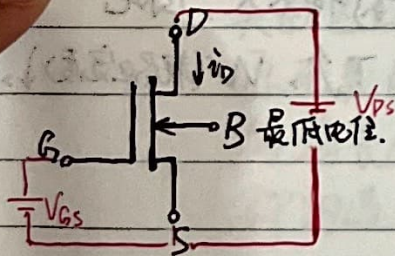
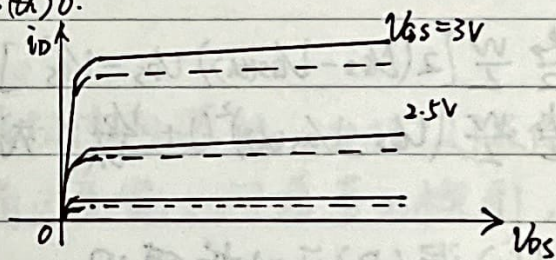
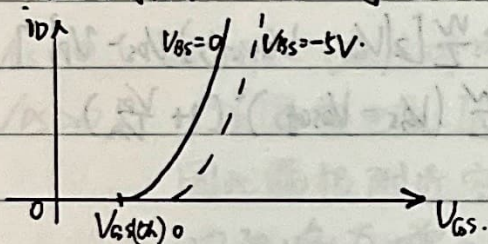
$$\approx \sqrt{2k_p \frac{W}{L} i_D} \quad (\text{忽略沟道长度调制效应}).$$

③ 衬底调制效应.

为保证所有NMOS的S、D与B间的PN结均处于截止状态，B(P区)须连电路的最低电位，衬底与源极间有反电压 V_{bs} 。

G与B间相当于一个电容器， V_{gs} 一定时， V_{bs} 越大，B中的空间电荷区越厚。即空间电荷区内的负离子数增多，从而沟道中的电子减少(用来中和负离子形成空间电荷区)，沟道电阻加大， i_D 减小。

故衬底加负压时 $V_{gs}(x) > V_{gs}(x)_0$ 。



N沟道耗尽型MOS.

预先在 SiO_2 层中掺入正电荷，使衬底表面开始时已吸引出N型沟道。

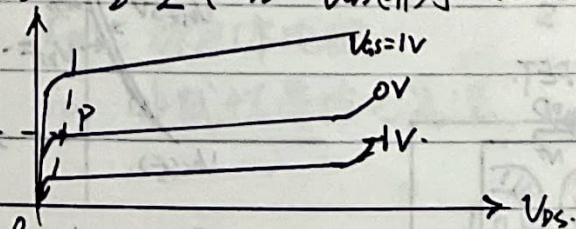
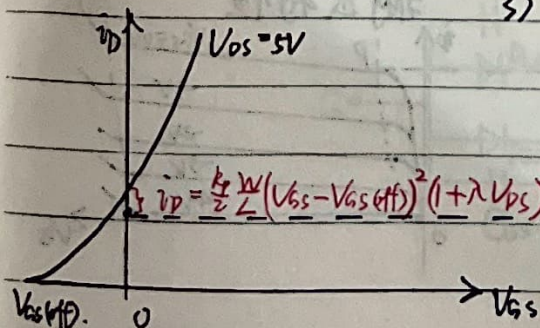
1) 截止区: $V_{gs} < V_{gs(off)}$, $i_D = 0$ 。

2) 可变电阻区: $V_{gs} > V_{gs(off)}$, $0 < V_{ds} < V_{gs} - V_{gs(off)}$ 。

$$i_D = \frac{k}{2} \frac{W}{L} [2(V_{gs} - V_{gs(off)}) V_{ds} - V_{ds}^2]$$

3) 饱和区: $V_{gs} > V_{gs(off)}$, $V_{ds} \geq V_{gs} - V_{gs(off)}$ 。

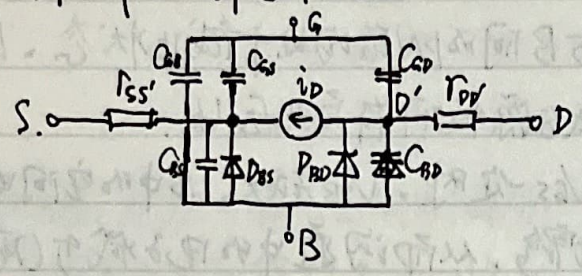
$$i_D \approx \frac{k}{2} \frac{W}{L} [V_{gs} - V_{gs(off)}]^2 \quad (\text{忽略沟道长度调制})$$



不考虑沟道长度调制效应, $I_{DSS} = \frac{k}{2} \frac{W}{L} [0 - V_{gs(off)}]^2 = \frac{k}{2} \frac{W}{L} V_{gs(off)}^2$ ($V_{gs} = 0$ 时)

$$\therefore i_D \approx I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{gs}}{V_{gs(off)}}\right)^2, \text{ 考虑, 则 } i_D = \frac{k}{2} \frac{W}{L} (V_{gs} - V_{gs(off)})^2 (1 + \lambda V_{ds}) \approx I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{gs}}{V_{gs(off)}}\right)^2 (1 + \lambda V_{ds})$$

说明①MOSFET的瞬态模型.



线性电容(平板电容器):

$$C_{GD} - C_{GS} - C_{GB} \quad (C: \text{沟道})$$

非线性电容(受偏压影响):

$$C_{BS} - C_{BD} - C_{BC} \quad (\text{PN结电容})$$

$$\text{其中 } \frac{1}{C_{BC}} + \frac{1}{C_{GC}} = \frac{1}{C_{GS}}$$

线性: $i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [2(V_{GS} - V_{GS(th)}) V_{DS} - V_{DS}^2]$ 或 $\frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [2(V_{GS} - V_{GS(off)}) V_{DS} - V_{DS}^2]$

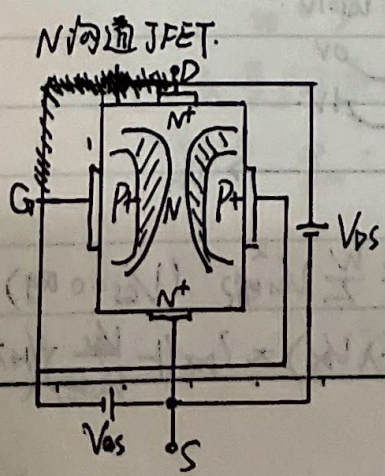
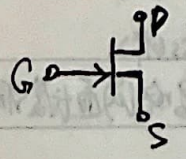
饱和: $i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{GS(th)})^2 (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$ 或 $\frac{k_p}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{GS(off)})^2 (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$

② 源(S)漏(D)可互换使用.

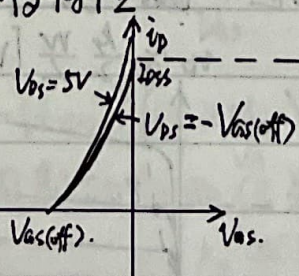
③ NMOS的 $k_p = \mu_n C_{ox} \approx 4\mu_p C_{ox} =$ PMOS的 k_p .

④ 由于MOSFET中参与导电的只是电子, 温度对其浓度影响不大, 因此MOSFET温度稳定性好。温度影响两方面: $T \uparrow, W$ (耗尽区宽度) \downarrow , 载流子浓度 $\uparrow, i_D \uparrow$; $T \uparrow, \mu_n, \mu_p \downarrow, i_D \downarrow$.

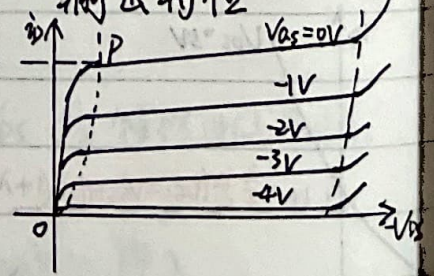
△ 结型场效应管·JFET



转移特性



输出特性



(1) 截止区: $V_{GS} < V_{GS(off)}$

(2) 可变电阻区: $0 > V_{GS} > V_{GS(off)}, 0 < V_{DS} < V_{GS} - V_{GS(off)}$

$$i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [2(V_{GS} - V_{GS(off)}) V_{DS} - V_{DS}^2]$$

(3) 饱和区: $0 > V_{GS} > V_{GS(off)}, V_{DS} \geq V_{GS} - V_{GS(off)}$

$$i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [V_{GS} - V_{GS(off)}]^2 (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$$

$V_{GS} = 0$ 时, S、D 间的导电沟道最宽, GS 通道间的 PN 结空间电荷区最窄, 此时加 V_{DS} 即可导通。

$V_{GS} < 0$ 时, 两个 p+N 区的空间电荷区变宽 (主要向 N 区扩展), 沟道变窄, 沟道电阻变大, $|V_{GS}|$ 增大到 $|V_{GS(off)}|$ 时, 夹断, 沟道电阻极大, 此时加上 V_{DS} , $I_D \approx 0$ 。

$V_{GS} < V_{GS(off)}$ 时, 夹断。

$V_{GS} = 0$ ($V_{GS(off)} < V_{GS} < 0$) 时, $I_D = 0$ 。

$V_{GS} > 0$, 产生漏极电流 I_D , 从漏极流向源极, 电位从源向漏渐高, 因此漏极附近空间电荷区变宽, 沟道变为楔形, 沟道电阻略有增加。

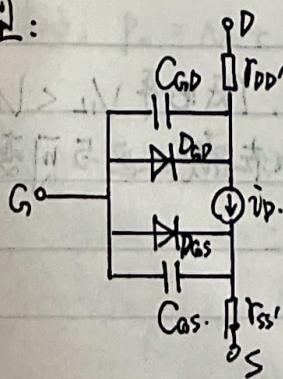
$V_{DS} \approx V_{GS} - V_{GS(off)}$, 从预夹断到夹断, 夹断点向源极移动。

夹断区上电压 $V_{bc} = V_{DS} - (V_{GS} - V_{GS(off)})$ 。

源至夹断点的电压 $V_{cs} = V_{GS} - V_{GS(off)}$ 不变。

沟道长度调制效应: V_{GS} 增加, V_{cs} 不变, 而沟道长度略减, 即沟道电阻略降, I_D 略有上升。

JFET 的模型:



C_{GD}, C_{GS} : 由于 PN 结反偏, 故主要是势垒电容

r_{DB} : 漏区体电阻

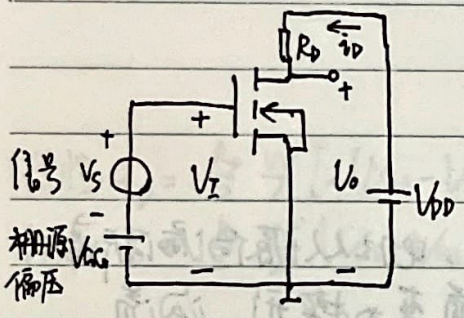
r_{SS} : 源区体电阻

i_D : 非线性受控电流源

场效应管(FET)的应用原理

- 饱和区: 压控电流源
- 可变电阻区: 截止区: 受控电子开关

① 场效应管放大电路



$$\begin{cases} V_{GS} = V_{GS} \\ I_D = \frac{\mu_n C_{ox}}{2} (V_{GS} - V_{GS(th)})^2 \\ V_{DS} = V_{DD} - R_D I_D \end{cases}$$

求出直流工作点 (I_{DQ}, V_{DSQ})

在转移曲线 ($i_D - V_{GS}$) 上, 在信号 $V_s = V_{sm} \sin \omega t$

的范围内, 场效应管可看成线性元件, 工作点 Q 的斜率即管的跨导 g_m .

∴ 漏极信号电流 $i_{d'} = g_m V_s = g_m V_{sm} \sin \omega t$

∴ 漏极总电流 $i_D = I_{DQ} + g_m V_{sm} \sin \omega t$

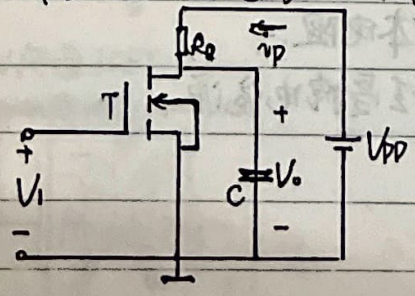
$$V_o = V_{DD} - R_D i_D = (V_{DD} - R_D I_{DQ}) - g_m R_D V_{sm} \sin \omega t = V_{DSQ} + u_o$$

∴ 输出的信号电压 $u_o = -g_m R_D V_{sm} \sin \omega t$

∴ 电压放大倍数 $A_u = \frac{u_o}{V_s} = -g_m R_D$

② 场效应管开关电路

若输入信号 V_i 是大幅度的脉冲信号, 低电平 $V_{iL} < V_{GS(th)}$, 高电平 V_{iH} 足够大, 则 MOS 管交替工作在截止区与可变电阻区.



电子电路实验

半导体器件基础·总结

一. 半导体二极管

1. 本征激发 (与温度正相关) \rightarrow 本征半导体 ($n_i = p_i$), 两种载流子
动态平衡 (激发 = 复合) $\rightarrow n_i = p_i = A_0 \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{kT}}$. $T \uparrow, n_i \uparrow$

本征硅 $A_0 \approx 3.84 \times 10^6 / (\text{cm}^3 \cdot \text{K}^{\frac{3}{2}})$, 本征锗 $A_0 \approx 1.76 \times 10^6 / (\text{cm}^3 \cdot \text{K}^{\frac{3}{2}})$

E_g : $T=0\text{K}$ 时的禁带宽度 (价电子挣脱共价键成为自由电子所需最小能量)

硅 $E_g = 1.21\text{eV}$, 锗 $E_g = 0.785\text{eV}$

$\therefore T=300\text{K}$ 时, 硅 $n_i = p_i \approx 1.43 \times 10^{10} / \text{cm}^3$, 锗 $n_i = p_i \approx 2.38 \times 10^{13} / \text{cm}^3$

本征半导体导电能力低.

2. 掺五价元素 \rightarrow 杂质价电子几乎全电离 } \rightarrow 杂质半导体 { 自由电子, 空穴 }
 掺三价元素 \rightarrow 杂质空穴几乎全形成 } { 空穴, 价电子 }

热平衡下, 设自由电子浓度 n_0 , 空穴浓度 p_0 , $n_0 \cdot p_0 = n_i^2$

N型半导体中, $n_0 = N_D + p_0 \approx N_D$

P型半导体中, $p_0 = N_A + n_0 \approx N_A$

} 杂质半导体保持电中性.

① 杂质半导体中多数浓度 \gg 少数浓度; $T \uparrow$, 多数浓度变化小, 少数浓度 \uparrow

硅最高工作温度 200°C , 锗器件则 100°C 以下.

② 先掺杂 N_D 的施主杂质, 再掺杂 N_A 的受主杂质. 若 $N_A > N_D$, 则由N转P, 杂质浓度 $N_A - N_D$, 此即杂质补偿原理.

3. 漂移运动: 价电子 $U_n = -\mu_n E$, 空穴 $U_p = \mu_p E$.

掺杂浓度 \uparrow , $\mu_n, \mu_p \downarrow$; $T \uparrow, \mu_n, \mu_p \downarrow$.

$T=300K$, 本征 $\mu_n=1300$, $\mu_p=500$ } Ge比Si的迁移率大.
 锗 $\mu_n=1800$, $\mu_p=1800$ } 电子比空穴迁移率大.

$$\begin{aligned} I &= I_n + I_p = qS(-nV_n + pV_p) \\ &= qS(n\mu_n E + p\mu_p E) \\ &= qSE(n\mu_n + p\mu_p) \\ &= \frac{qS \cdot V}{L}(n\mu_n + p\mu_p) \end{aligned}$$

$$\therefore R = \frac{V}{I} = \frac{L}{S} \cdot \frac{1}{q(n\mu_n + p\mu_p)} = \rho \frac{L}{S} \quad \therefore \sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$$

杂质 { N型: $\sigma \approx qN_D\mu_n$ ($n \gg p$) $T \uparrow, \mu_n \downarrow, \sigma \downarrow$
 P型: $\sigma \approx qN_A\mu_p$ ($p \gg n$) $T \uparrow, \mu_p \downarrow, \sigma \downarrow$

本征 { $T \uparrow, \mu_n \downarrow, \mu_p \downarrow, N_D \uparrow, P_A \uparrow, \therefore \sigma \uparrow$ --- N型
 $T \uparrow, \mu_n \downarrow, \mu_p \downarrow, P_A \uparrow, N_D \uparrow, \therefore \sigma \uparrow$ --- P型

4. 扩散运动.

电子扩散 $I_n = qSD_n \frac{dn(x)}{dx}$, D_n 电子扩散系数, $T \uparrow, D_n \uparrow$
 $T=300K$, 本征 $D_n=34$, 锗 $D_n=99$.

空穴扩散 $I_p = -qSD_p \frac{dp(x)}{dx}$, D_p 空穴扩散系数, $T \uparrow, D_p \uparrow$
 $T=300K$, 本征 $D_p=13$, 锗 $D_p=47$.

\therefore Ge比Si扩散系数大, 电子比空穴扩散系数大.

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q}$$

5. PN结.

多子扩散 \rightarrow 到对方区域复合, 自己区域留下不能移动离子 \rightarrow
 空间电荷区(阻挡层、耗尽层、势垒区) \rightarrow 内建电场 \rightarrow 漂移电流
 \rightarrow 漂移与扩散动态平衡 \rightarrow 空间电荷区: 高阻区(N-P阻低);

N区·P区：低阻区（热平衡、电中性）。

接触电位差 $V_{\phi} = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$, $V_T = \frac{kT}{q} \approx 26 \text{ mV} (T=300\text{K})$.

$T \uparrow$, $n_i \uparrow$, $V_{\phi} \downarrow$, $(T-T_0) \cdot (2 \sim 2.5 \text{ mV}) = -(V - V_0)$

$T=300\text{K}$, 硅 $V_{\phi} \approx 0.5 \sim 0.7 \text{ V}$, 锗 $V_{\phi} \approx 0.2 \sim 0.3 \text{ V}$

势垒区宽度 $W_0 = W_n + W_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q} V_{\phi} \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$ $T \uparrow$, $V_{\phi} \downarrow$, $W_0 \downarrow$

\therefore N区一侧势垒区电荷 $Q_+ = q S W_n N_D$

P区一侧势垒区电荷 $Q_- = -q S W_p N_A$

而 $Q_+ = -Q_-$

$$\therefore \frac{W_p}{W_n} = \frac{N_A}{N_D}$$

即掺杂浓度 \uparrow , 该区一侧的势垒区宽度 \downarrow

可解得 $W_n = N_A \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q} \frac{V_{\phi}}{N_A N_D (N_A + N_D)}}$ $\therefore N_D \uparrow$, $W_n \downarrow$

$W_p = N_D \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q} \frac{V_{\phi}}{N_A N_D (N_A + N_D)}}$ $\therefore N_A \uparrow$, $W_p \downarrow$

PN结正向特性：外加电压与接触电位差方向相反， $V_{\phi} \downarrow$, $Q \downarrow$, $W_n, W_p \downarrow$

\rightarrow 扩散运动加强 \rightarrow 势垒区两侧载流子堆积增加（少子）

$$\begin{cases} n_p(W_p) = n_{p0} e^{\frac{qV}{kT}}, & n_p(x) = [n_p(W_p) - n_{p0}] e^{-\frac{x-W_p}{L_p}} + n_{p0} \\ p_n(W_n) = p_{n0} e^{\frac{qV}{kT}}, & p_n(x) = [p_n(W_n) - p_{n0}] e^{-\frac{x-W_n}{L_p}} + p_{n0} \end{cases}$$

\rightarrow 扩散电流 $>$ 漂移电流，且载流子不断得到补充

\rightarrow 形成闭合回路。

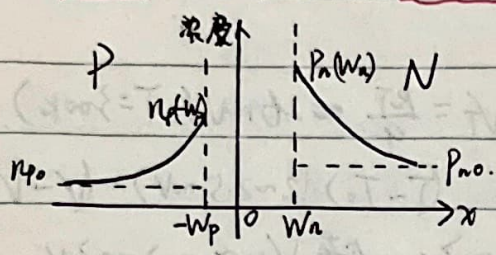
\therefore 外加正偏 \uparrow , $V_{\phi} \downarrow$, 扩散运动 \uparrow , 正向电流 \uparrow

PN结反向特性：外加电压与接触电位差方向一致， $V_{\phi} \uparrow$, $Q \uparrow$, $W_n, W_p \uparrow$

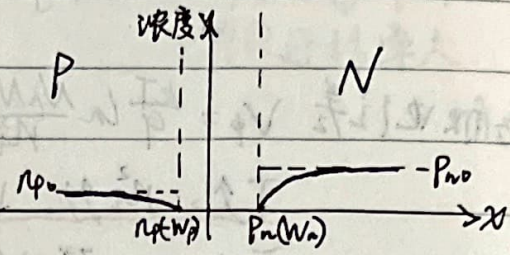
\rightarrow 漂移运动加强，而少子（漂移运动载流子）很少 \rightarrow

反向电流很小：硅反向电流 $10^{-6} \sim 10^{-7} \text{ A}$ ，锗反向电流 $10^{-4} \sim 10^{-7} \text{ A}$ 。

$T \uparrow$, 少数浓度 \uparrow , 反向电流 $\uparrow \rightarrow I_s$



P^+N 结加正向偏压.



P^+N 结加反向偏压.

电流方程: $I = I_s(e^{\frac{V}{V_T}} - 1)$.

$V \gg V_T$ 时, $I \approx I_s e^{\frac{V}{V_T}}$; $V \ll -V_T$ 时, $I \approx -I_s$

近似认为 $V > V_{th}$ 时, PN 结导通; $V < V_{th}$ 时, PN 结截止

硅 $V_{th} = 0.6 \sim 0.7V$; 锗 $V_{th} = 0.2 \sim 0.3V$

温度特性: 正向偏压, $T \uparrow$, $V_T \downarrow$, 扩散运动 \uparrow , 正向电流 \uparrow (前已述)
或 $T \uparrow$, $V_T \downarrow$, $I_s \uparrow$, 正向电流 \uparrow .

$(T - T_0) \cdot (2 \sim 2.5mV) = -(V - V_0)$

反向偏压, $T \uparrow$, 少数浓度 \uparrow , $I_s \uparrow$ (前已述)

$\frac{I - I_0}{I_0} \approx \log_2 \frac{I}{I_0}$

反向击穿特性: 齐纳击穿, 空间电荷区场强大 \rightarrow 空间电荷区原子的价电子被拉出 \rightarrow 场致击穿.

{ 掺杂浓度 \uparrow , 空间电荷区 $W \downarrow$, $E \uparrow$ (反向电压 $< 6V$)
{ $T \uparrow$, 空间电荷区 $W \downarrow$, $V_{BR} \downarrow$

雪崩击穿, 空间电荷区场强大 \rightarrow 空间电荷区少数载流子漂移速度 \uparrow
 \rightarrow 与中性原子碰撞 $\uparrow \Leftrightarrow$ 电子空穴对 $\uparrow \rightarrow$ 碰撞电离.

{ 掺杂浓度 \downarrow , 空间电荷区 $W \uparrow$, $V_{BR} \uparrow$ (反向电压 $> 6V$)
{ $T \uparrow$, $\mu_n, \mu_p \downarrow$, 漂移速度 \downarrow , $V_{BR} \uparrow$.
($W \downarrow$)

电容效应：势垒电容：反向电压↑，空间电荷区W↑， $Q_+ \cdot Q_- \uparrow \Rightarrow$ 充电。

反向电压↓，空间电荷区W↓， $Q_+ \cdot Q_- \downarrow \Rightarrow$ 放电。

$$C_T = \frac{dQ}{dV} = \frac{C_{T0}}{\left(1 - \frac{V}{V_\phi}\right)^n} = \frac{\epsilon S / W_0}{\left(1 - \frac{V}{V_\phi}\right)^n} \quad \text{SS成正比, } W_0 \text{反比}$$

扩散电容：正向电压↑，势垒区两侧少子浓度↑(扩散运动) \Rightarrow 充电

正向电压↓，势垒区两侧少子浓度↓(扩散运动) \Rightarrow 放电。

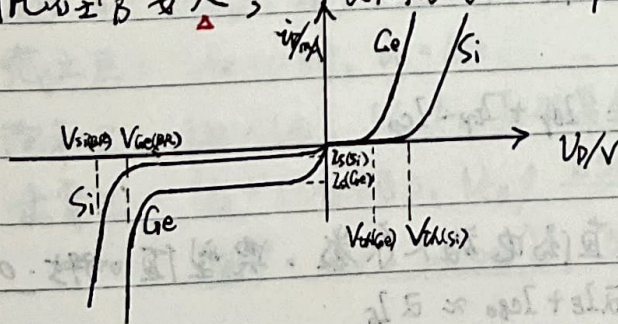
$$C_D = \frac{dQ}{dV} \approx \frac{\Delta Q_n}{\Delta V} + \frac{\Delta Q_p}{\Delta V}$$

C_T 与 C_D 并联，PN结总电容 $C_j = C_T + C_D$ ，实际PN结是理想PN结与 C_j 并联

6. 半导体二极管

锗管中， n_i 大，故 $V_\phi = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$ 相对硅管要小；且因为 n_i 大，

故 I_s 相比硅管要大；又因为锗管 V_ϕ 小，故W小，相比硅管 $|V_{BR}|$ 小。



静态电阻： $R_D = \frac{V_{F0}}{I_{D0}}$

动态电阻： $r_d = \frac{dV_b}{dI_D} = \frac{V_T}{I_s e^{V_b/V_T}} \approx \frac{V_T}{I_{D0}} \approx \frac{26 \text{ (mV)}}{I_{D0} \text{ (mA)}} \quad (T=300\text{K})$

分析方法：图解法（求特性曲线与工作线性方程的交点）、等效电路法（视情况忽略 V_{ϕ} 和 r_d ）、小信号法（求工作点用静态电阻，求小信号量用动态电阻，并去除直流电源）。

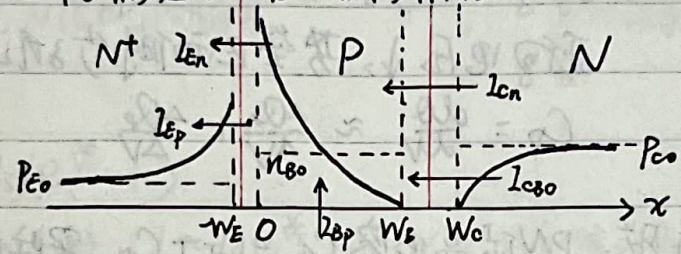
应用举例：整流（单向导电性）、稳压（击穿后 $V_0 = V_Z$ 几乎不变， $I_{Zmin} < I_Z < I_{Zmax}$ ）、限幅（采用忽略 r_d ，考虑 V_{ϕ} 的模型，上下门限电平 $(V_1 + V_{\phi})$ 、 $(V_2 + V_{\phi})$ ）。

二. 双极型晶体管.

1. 以NPN管为例. emitter区是N区, 掺杂浓度高, base区是P区, collector是N区, 掺杂浓度都很低; base区宽度很小.

(掺杂浓度高, 势垒区它这一侧的宽度就小, 且热平衡区的电子浓度低)

假设 B-E 加正向偏压, C-B 加反向偏压:



J_E 正偏, $V_{\phi} \downarrow, W \downarrow$; J_C 反偏, $V_{\phi} \uparrow, W \uparrow$.

(P_0 极小)

$\therefore N_E \gg P_B, \therefore L_{En} \gg L_{Ep}; \therefore W_B$ 很小 $\therefore L_{En} \sim L_{Cn} \gg L_{Cp}$ (~~L_{Cp}~~)

$\therefore I_{Bp} = I_{En} - I_{Cn}$ 很小 (基区内电子与空穴复合电流) (W_B 很小, P_B 较小)

$$I_C = I_{Cn} + I_{Cp} = I_{Cn} + I_{Ep}$$

$$I_E = I_{En} + I_{Ep}$$

$$I_B = I_{Bp} + I_{Ep} - I_{Cp} = I_{Bp} + I_{Ep} - I_{Cp}$$

$$\therefore I_E = I_C + I_B$$

定义 $\alpha = \frac{I_{Cn}}{I_E}$: 共基极直流电流放大系数, 典型值 ~~0.95~~ 0.95 ~ 0.995.

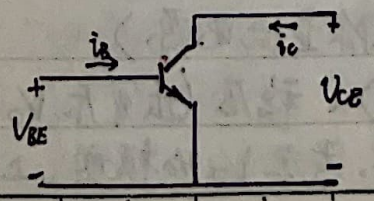
$$\therefore I_C = \alpha I_E + I_{Cp0} \approx \alpha I_E$$

定义 $\beta = \frac{I_{Cn}}{I_B - I_{Cn}}$: 共发射极直流电流放大系数, 典型值 几十至几百.

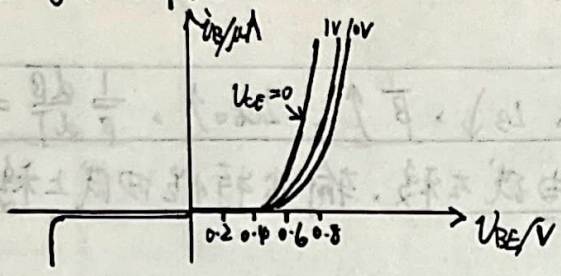
$$\therefore I_C = \beta I_B + (\beta + 1) I_{Cp0} = \beta I_B + I_{Cp0} \approx \beta I_B$$

共集电极时, $I_E = (\beta + 1) I_B + I_{Cp0} = (\beta + 1) (I_B + I_{Cp0})$

2. 晶体管特性曲线, 以共发射极接法为例:



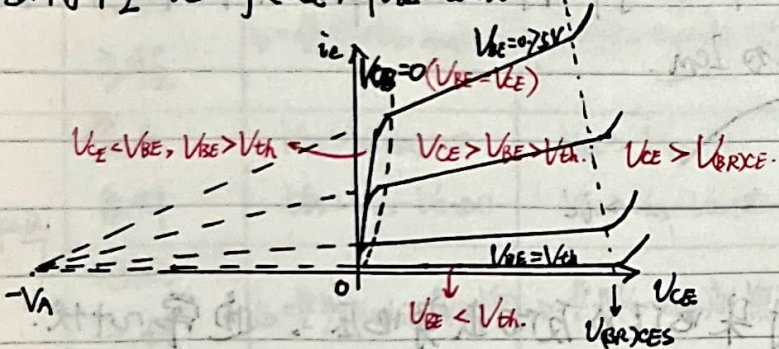
输入特性 $i_B = f(U_{BE}) | U_{CE} = \text{const.}$



当 U_{CE} 增大, (U_{BE} 不变) $U_{CB} \uparrow$
 $\therefore J_C$ 的空间电荷区 $W \uparrow$, $W_B \downarrow$
 $P_B \downarrow$, $I_{BP} \downarrow$, $I_B \downarrow$
 此即基区宽度调制效应。

近似认为 $U_{CE} \geq 1V$ 后的输入特性重合。

输出特性 $i_C = f(U_{CE}) | U_{BE} = \text{const.}$



当 U_{CE} 增大, (U_{BE} 不变) $U_{CB} \uparrow$
 $\therefore J_C$ 的空间电荷区 $W \uparrow$, $W_B \downarrow$
 $I_B \downarrow$, $I_C \uparrow$. (基区宽度调制效应)
 V_A (Early 电压) 表示基区宽度调制的影响程度. $W_B \downarrow$, $V_A \downarrow$. 效应 \uparrow

放大区: $U_{BE} \uparrow$, $I_E \uparrow$, 故 $I_C \uparrow$, $r_{ce} = \frac{V_A + U_{CE}}{I_{CQ}}$ 输出电阻 \downarrow

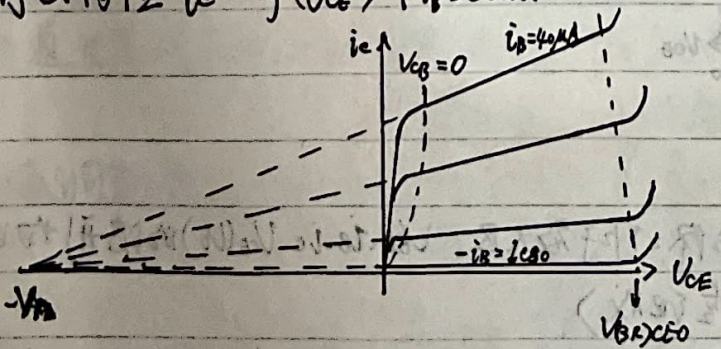
截止区: $U_{BE} = 0$ 时, $i_C = I_{CES}$.

饱和区: $U_{CE} < U_{BE}$, $U_{CE} \uparrow$, J_C 收集能力 \uparrow , $I_C \uparrow$, $U_{CB} \rightarrow U_{CB}(\text{sat})$

击穿区: $U_{CE} \uparrow$ (U_{BE} 不变), $U_{CB} \uparrow$ BSC 区掺杂浓度低, J_C 很宽 \rightarrow 雪崩击穿。

$U_{BE} \uparrow \rightarrow i_C \uparrow$, $U_{BRXCES} \downarrow$; $U_{BE} = 0$ 时, $U_{BRXCES} = U_{BRXCES}$.

输出特性 $i_C = f(U_{CE}) | i_B = \text{const.}$



i_C 过小时, 复合作用 \uparrow , $i_B \uparrow$, $\beta \downarrow$.
 i_C 过大时, 外电路向基区补偿空穴 \uparrow , $\beta \downarrow$

以 U_{BE} 为变量的输出 $r_{ce} | i_B = \text{const.}$
 小于以 U_{CE} 为变量的 $r_{ce} | U_{BE} = \text{const.}$
 (由输入特性曲线可看出)

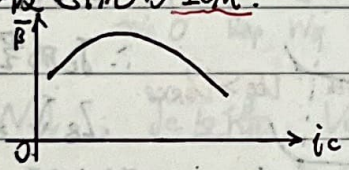
$T \uparrow, V_{BE} \downarrow (I_B = \text{const})$ (前已述), $(T - T_0) (\approx 2.5 \text{ mV}) = - (V_{BE} - V_{BE0})$

$T \uparrow, C$ 区内 $P_i \uparrow, I_{CBO} \uparrow$

$T \uparrow, D_n \uparrow, \text{基区内复合} \downarrow, I_B \downarrow, \beta \uparrow, I_{CEO} \uparrow, \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{dT} = (0.5\% \sim 1\%) / ^\circ\text{C}$
故温度升高时, 输入特性曲线左移, 输出特性曲线上移。

3. 极限参数

如前所述, i_C 增大到一定程度时 β 将明显下降, 取 β 降至最高值的 $\frac{2}{3}$ 时对应的集电极电流为 I_{CM} .



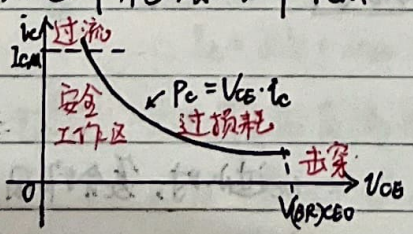
$V_{(BR)CBO}$: 发射极开路时集电极的反向击穿电压, 通常几十伏.

$V_{(BR)EBO}$: 集电极开路时发射极的反向击穿电压, 通常几伏.

$V_{(BR)CEO}$: 基极开路时 ($i_B = 0$) 集电极与发射极间的反向击穿电压.

$V_{(BR)CBO} > V_{(BR)CEO} > V_{(BR)EBO}$ $T \uparrow, V_{(BR)CBO} \uparrow, V_{(BR)CEO} \uparrow, V_{(BR)EBO} \downarrow$
雪崩击穿 齐纳击穿

集电极最大允许耗散功率 P_{CM} :



4. 应用举例

放大 (置合适的 V_{BE}, V_{CE} 使管始终工作于放大区, $V_{BE}, i_B, i_C, V_{CE}(V_o)$ 的波形均由直流工作点和小信号分量组成)

开关 (输入低电平, $V_o \approx V_{CE}$; 输入高电平, 工作于饱和状态, $V_o = V_{CE(sat)})$

判断方法: $i_B > i_C / \beta$: 饱和; $i_B < i_C / \beta$: 放大; $i_B = 0, V_{BE} = V_{BE0}$: 截止.

三. 绝缘栅场效应管

名称		N沟道		P沟道	
		增强型	耗尽型	增强型	耗尽型
电路符号					
可变电阻区	偏压条件	$V_{GS} > V_{GS(th)} > 0$ $0 < V_{DS} < V_{GS} - V_{GS(th)}$	$V_{GS} > V_{GS(off)}$ $0 < V_{DS} < V_{GS} - V_{GS(off)}$	$V_{GS} < V_{GS(th)} < 0$ $V_{GS} - V_{GS(th)} < V_{DS} < 0$	$V_{GS} < V_{GS(off)}$ $V_{GS} - V_{GS(off)} < V_{DS} < 0$
	电流方程	$i_D = \frac{k_n}{2} W [2(V_{GS} - V_{GS(th)}) V_{DS} - V_{DS}^2]$	$i_D = \frac{k_n}{2} W [2(V_{GS} - V_{GS(off)}) V_{DS} - V_{DS}^2]$	$i_D = \frac{k_p}{2} W [2(V_{GS} - V_{GS(th)}) V_{DS} - V_{DS}^2]$	$i_D = \frac{k_p}{2} W [2(V_{GS} - V_{GS(off)}) V_{DS} - V_{DS}^2]$
饱和区	偏压条件	$V_{GS} > V_{GS(th)} > 0$ $V_{DS} > V_{GS} - V_{GS(th)}$	$V_{GS} > V_{GS(off)}$ $V_{DS} > V_{GS} - V_{GS(off)}$	$V_{GS} < V_{GS(th)} < 0$ $V_{DS} < V_{GS} - V_{GS(th)}$	$V_{GS} < V_{GS(off)}$ $V_{DS} < V_{GS} - V_{GS(off)}$
	电流方程	$i_D = \frac{k_n}{2} W (V_{GS} - V_{GS(th)})^2 (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$	$i_D = \frac{k_n}{2} W (V_{GS} - V_{GS(off)})^2 (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$	$i_D = \frac{k_p}{2} W (V_{GS} - V_{GS(th)})^2 (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$	$i_D = \frac{k_p}{2} W (V_{GS} - V_{GS(off)})^2 (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$
输出特性					
转移特性					

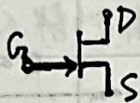
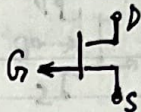
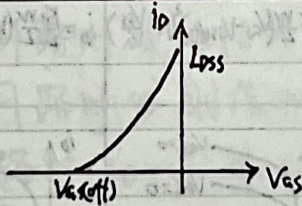
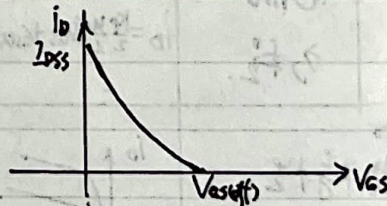
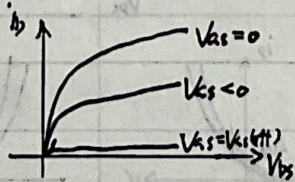
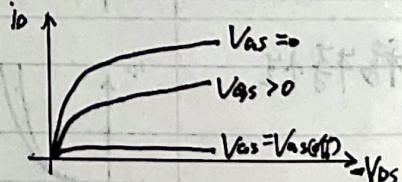
温度调制效应: $T \uparrow$, 衬底中耗尽层宽度 \downarrow , 沟道中载流子浓度 \uparrow , $i_D \uparrow$; $T \uparrow$, $\mu_n/\mu_p \downarrow$, $i_D \downarrow$, $g_m \downarrow$

沟道长度调制效应: 在饱和区, $V_{DS} \uparrow$, 夹断点向源区方向移动, 沟道长度 \downarrow , 沟道电阻 \downarrow , 即夹断点与源极间电压恒为 $V_{GS} - V_{GS(th)}$, 故 $i_D \uparrow$.

衬底调制效应 (背栅效应、体效应): $|V_{DS}| \uparrow$, 衬底中空间电荷区宽度 \uparrow , 即空间电荷区的负离子 \uparrow , 故反型层中自由电子 \downarrow , 沟道电阻 \uparrow , $i_D \downarrow$, 故转移曲线右移、输出曲线下移, $V_{GS(th)} \uparrow$, $g_m \downarrow$

可变电阻区 $R_D \approx r_D \approx \frac{dV_{DS}}{dI_D} \approx \frac{1}{k_n(V_{GS} - V_{GS(th)})}$; 饱和区 $R_D = \frac{V_{GS}}{I_D}$, $r_D = \frac{V_A + V_{DS}}{I_D}$
跨导 $g_m = \frac{dI_D}{dV_{GS}} |_{V_{DS} = \text{常数}}$; 背栅跨导 $g_{mb} = \frac{dI_D}{dV_{BS}} |_{V_{GS} = \text{常数}}$; 跨导比 $\eta = \frac{g_{mb}}{g_m} \ll 1$.

四. 结型场效应管

名称	N沟道 JFET	P沟道 JFET
电路符号		
可变电阻区	<p>偏压条件</p> $0 > V_{GS} > V_{GS(Off)}$ $0 < V_{DS} < V_{GS} - V_{GS(Off)}$ <p>电流方程</p> $i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [2(V_{GS} - V_{GS(Off)})V_{DS} - V_{DS}^2]$	<p>偏压条件</p> $0 < V_{GS} < V_{GS(Off)}$ $V_{GS} - V_{GS(Off)} < V_{DS} < 0$ <p>电流方程</p> $i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [2(V_{GS} - V_{GS(Off)})V_{DS} - V_{DS}^2]$
饱和区	<p>偏压条件</p> $0 > V_{GS} > V_{GS(Off)}$ $V_{DS} > V_{GS} - V_{GS(Off)} > 0$ <p>电流方程</p> $i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [V_{GS} - V_{GS(Off)}]^2 (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$	<p>偏压条件</p> $0 < V_{GS} < V_{GS(Off)}$ $V_{DS} < V_{GS} - V_{GS(Off)} < 0$ <p>电流方程</p> $i_D = \frac{k_p}{2} \frac{W}{L} [V_{GS} - V_{GS(Off)}]^2 (1 + \frac{V_{DS}}{V_A})$
转移输出特性		
输出转移特性		

电子电路实验：仪器

一. 常用基本电量和电路参数的测量方法

1. 电压的测量

①幅值： $\mu V \sim mV$ ：数字电压表，晶体管毫伏表； $mV \sim 10V$ ：示波器，数字电压表

②频率：直流/交流：数字电压表；视音频放大电路/频响：示波器，高频电压表

③波形：许多交流电压表是按测正弦波设计的；用示波器测有直流偏置的交流值

④阻抗：电压表内阻需远大于测量点的等效电阻，通常通过测反路电压待电法测

2. 输入电阻与输出电阻的测量

输入： $R_i = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_i}{V_i - V_o} R_1$ R_1 与 R_i 接近时误差小

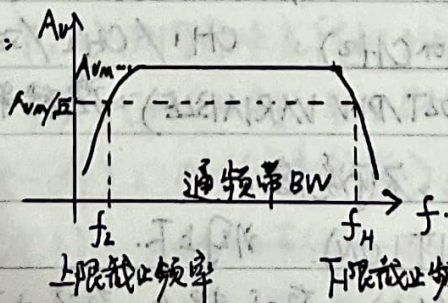
输出： $R_o = \frac{V_{open}}{I_{load}} = \left(\frac{V_o}{V_{oL}} - 1 \right) R_2$ R_2 与 R_o 接近时误差小

3. 电压增益及频率特性的测量

增益： $A_v = \frac{V_o}{V_i}$

$A_v = A_v(f) \angle \varphi(f)$ ， $A_v(f)$ ：中高频特性， $\varphi(f)$ ：相位特性

幅频特性的测量



$$BW = f_H - f_L \approx f_H$$

①逐点法：保持信号源输入电压幅度不变，改变信号频率，用示波器或毫伏表指示读数。

②扫频法：扫频仪 + 示波器 → 幅频特性曲线。

相位特性的测量： $\phi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi$

二. SS7804型示波器.

1. 屏幕显示调整部分

① 电源开关 (POWER)

② 亮度调节旋钮/寻迹开关 (INTEN/BEAM): 扫描线亮度/

判断扫描线偏移方向。(找不到波形)

③ 屏幕读出亮度调节旋钮/开关 (READOUT/ON/OFF): 调节字符亮度/开关屏幕文字.

④ 聚焦旋钮 (FOCUS): 使波形更清晰.

⑤ 扫描线旋转调节旋钮 (TRACE ROTATION): 使扫描线水平.

⑥ 刻度亮度调节 (SCALE): 调节坐标刻度的亮度.

⑦ 输出校准信号 (CAL): 输出峰峰值 0.6V, 频率 1kHz 方波.

⑧ 接地端子: 接机壳.

2. Y轴偏转部分.

① 信号输出 $\times 2$ (CH1 or CH2): 输入电阻 $1M\Omega$, 输入电容 25pF.

② 通道选择 $\times 2$ (CH1 or CH2): CH1/CH2/双踪.

③ 灵敏度调节 $\times 2$ (VOLT/DIV VARIABLE): 旋钮粗调, 可读值; 按下微调, 出现 $>$ 号, 不可读值.

④ Y轴位移 $\times 2$ (POSITION): 调上下.

⑤ 输入耦合 $\times 2$ (DC/AC): 直流耦合: 直流+交流; 交流耦合: 去直流.

⑥ 接地 (GND): 用以调整电平 (最好用探头钩和地线夹短接的方法调整)

⑦ 信号相加 (ADD): 显示 CH1、CH2、CH1+CH2 的波形.

⑧ 倒相 (INV): $-CH2$. 若与 ADD 合用可实现 CH1-CH2.

⑨ 外部触发输入端口 (EXT TRIG): 选择外部触发信号触发时接入.

3. X轴偏转部分.

- ① 扫描时间选择旋钮 (TIME/DIV VARIABLE): 旋转粗调, 可读值; 按下微调, 出现 '0' 号, 不可读值。
- ② X轴位移 (POSITION): 调左右。
- ③ 扫描切换 (ALT CHOP): 交替扫描: 高频; 断续扫描: 低频。
- ④ 扫描扩展 (MAG X10): 每格变为原来的 10 倍 (时间)。
- ⑤ 水平位置微调 (FINE) 配合 POSITION 使用。
- ⑥ 触发源选择 (SOURCE): CH1 / CH2 / LINE (50Hz 电网) / EXT (外触发)。
有二路信号则选周期长的那路作触发源。
- ⑦ 触发耦合选择 (COUPL): AC / DC / HF-R (滤高频) / LF-R (滤低频)。
- ⑧ 触发沿选择 (SLOPE): +: 上升沿; -: 下降沿。
- ⑨ 触发电平选择调节 (TRIG LEVEL): 触发信号有无及初相, 使波形稳定。
(与触发信号是否有边) (与触发信号在何相位相交)
- ⑩ TV
- ⑪ 自动扫描 (AUTO): 有触发信号指示扫描线, 适合 $> 50\text{Hz}$ 信号。✓
- ⑫ 常态扫描 (NORM): 无触发信号无扫描线, 适合 $< 50\text{Hz}$ 信号。
- ⑬ 单次扫描 (SGL/RST): 按一次触发一次扫描。(触发大波)
- ⑭ 正常扫描显示 (X-T, A): 由内部产生线性扫描信号, 横轴时间, 纵轴电压。
- ⑮ X-Y 扫描显示 (X-Y): CH1 加到 X 轴, CH1/CH2/CH1+CH2 加到 Y 轴。(李萨育)
- ⑯ 游标切换 (AV-At-Off): ΔV (水平游标), Δt (垂直游标), 关闭游标。
- ⑰ 游标线切换 (TCK/C2): ~~上(右)下(左)双~~, 用以移动。
 $\Delta V \sim$ 左、右双, $\Delta t \sim$ 上、下双, 以待移动的游标
- ⑱ 游标位移 (FUNCTION COARSE): 旋转微调, 按动位移。
- ⑲ 释抑调节 (HOLD OFF): 激活释抑调节功能, 用游标位移旋钮调节释抑比。

4. 测直流电压.

在屏幕上显示出基线与扫描线, 用两游标重合之, 屏幕下部即显示.

5. 测交流电压峰峰值.

在屏幕上显示出稳定的波形后, 用两游标上下切之, 屏幕下部即显示.

6. 相位测量.

用两纵游标过两信号的零点, 读出 Δt , 相位差 $\Delta \phi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi$.

7. 时间测量.

周期 (T)、脉冲宽度、上升时间 (10% $V_m \sim 90\% V_m$), 下降时间 (反之).

8. 频率测量.

用 CRT 读出 (Δt); 屏幕下部用显出作为触发源 (CH1/CH2) 通道的信号频率.

三. EE1642B1 型函数信号发生器.

① 频率显示

② 幅度显示 (不忙, 用示波器读): 50 Ω 负载时的峰峰值.

③ 改变内扫描的扫描范围 (WIDTH)

④ 改变内扫描的时间长短. (RATE)

⑤ 外输入插座 (INPUT).

⑥ TTL 信号输出: 输出标准的 TTL 幅度脉冲信号, 输出阻抗 600 Ω .

⑦ 函数信号输出: \sim , \wedge , \square 可输出.

⑧ 输出幅度调节 (APML): 范围 20dB.

⑨ 直流电平调节 (OFFSET): -5~+5V (50 Ω 负载), OFF 则关.

⑩ 对称性调节 (SYM): 调占空比, OFF 则对称 (占空比 $\frac{1}{2}$).

⑪ 输出幅度衰减 (ATT): 20dB, 40dB, (20+40)dB, 0dB 衰减.

⑫ 选择波形: \sim , \wedge , \square .

⋮

四. 实验: 常用电子仪器的使用与二端口网络参数的测量方法.

- ① 脉冲宽度: V_m (AV两游标卡之)
- ② 平均脉宽: t_w (Δt 两游标卡上升50%与下降50%对应时间点).
- ③ 周期 T (Δt 两游标卡两脉冲对应点).
- ④ 上升时间 t_r ($0.1V_m \sim 0.9V_m$)
- ⑤ 下降时间 t_f ($0.9V_m \sim 0.1V_m$).
- ⑥ 占空地 D ($\frac{t_w}{T}$).
- ⑦ 相位差 $\Delta\phi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi$.